

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
w piątek 30.10.2020 i wtorek¹ 3.11.2020.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

**Część ćwiczeń może zostać poświęcona zadaniom
z listy 6 wskazanym przez studentów.**

116. Dobrać odpowiednie liczby wymierne dodatnie C oraz D i udowodnić, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{\sqrt{n^8 + 3n^6} - n^4}{7n^2 - 4n + 5} \leq D.$$

Liczby C i D muszą spełniać nierówność $D \leq 6C$ (wersja łatwiejsza).

Liczby C i D muszą spełniać nierówność $D \leq 4C$ (wersja trudniejsza).

117. Dobrać odpowiednie liczby wymierne dodatnie C oraz D i udowodnić, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{6n^{11} - 3n^6 + 2}{6n^{11} - 3n^5 + 3} \leq D.$$

Liczby C i D muszą spełniać nierówność $D \leq 8C$ (wersja najłatwiejsza).

Liczby C i D muszą spełniać nierówność $D \leq 4C$ (wersja średnio trudna).

Liczby C i D muszą spełniać nierówność $D \leq 2C$ (wersja najtrudniejsza).

118. Dobrać odpowiednią liczbę wymierną k oraz liczby wymierne dodatnie C oraz D , a następnie udowodnić, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$Cn^k \leq \sqrt{4n^2 + 1} + \sqrt{4n^2 + 2} + \sqrt{4n^2 + 3} + \sqrt{4n^2 + 4} + \dots + \sqrt{16n^2 - 1} + \sqrt{16n^2} \leq Dn^k.$$

Trudność zadania zależy od uzyskanego przez Ciebie ilorazu D/C :

- Przy $D/C \geq 2$ zadanie jest najłatwiejsze.
- Przy $D/C < 3/2$ zadanie jest najtrudniejsze.

119. Dobrać odpowiednie liczby całkowite dodatnie s i t oraz odpowiednią liczbę wymierną dodatnią C i udowodnić, że dla każdej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$C \leq \frac{(\sqrt{n^{10} + 8n^7} - n^5)^s}{(\sqrt{n^8 + 3n^7} - n^4)^t} \leq 18C.$$

¹W poniedziałek 2 listopada 2020 jest dzień rektorski, co trochę zaburza nam rytm ćwiczeń. Sytuacja wróci do normy po wolnym **piątku 13-go**.