Zadania do omówienia na zdalnych[1] ćwiczeniach stacjonarnych[2]
w piątek 23.10.2020 i poniedziałek 26.10.2020.
Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

87. Która liczba jest większa: $\left(7-\sqrt{17}\right)^{2017}$ czy $\left(7-\sqrt{17}\right)^{2015}$?

88. Która liczba jest większa: $\left(7-\sqrt{37}\right)^{2017}$ czy $\left(7-\sqrt{37}\right)^{2015}$?

89. Która liczba jest większa: $\left(7-\sqrt{57}\right)^{2017}$ czy $\left(7-\sqrt{57}\right)^{2015}$?

90. Która liczba jest większa: $\left(7-\sqrt{77}\right)^{2017}$ czy $\left(7-\sqrt{77}\right)^{2015}$?

91. Która liczba jest większa: $2^{2^{2^{11}}}$ czy $1000^{2^{2^{10}}}$?

92. Która liczba jest większa: $a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{a^{16}}}}}}}}}}}}}}}}$ czy 10^{10} ?
Liczba $a=\sqrt[4]{2}$ występuje w pierwszym wyrażeniu 16 razy.

93. Która liczba jest większa: $\log_a b$ czy $\log_b a$?
Przyjmujemy $a=\log_2 3$ oraz $b=\log_3 2$.

94. Uporządkować podane liczby w kolejności rosnącej.

$$A=10^{10^{11}},\quad B=10^{10^{20}},\quad C=10^{10^{50}},\quad D=10^{10^{250}},\quad E=(10!)^{10!}$$

$$F=(100!)^{10^{10}},\quad G=2^{100!},\quad H=2^{2^{100}},\quad I=10^{10^{10^{3}}},\quad J=2^{2^{2^{10}}}$$

[1]Słowo *zdalnych* dotyczy rzeczywistego trybu ćwiczeń.
[2]Słowo *stacjonarnych* dotyczy trybu ćwiczeń przewidzianego w planie zajęć.

95. Dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n udowodnić nierówności

$$n^{2^{120}} < 2^n < n^{2^{122}} .$$

96. Wskazać odpowiednią liczbę naturalną n i udowodnić dla niej nierówności

$$n^{2^{2017}} < 2^n < n^{2^{2018}} .$$

97. Wskazać odpowiednią liczbę naturalną n i udowodnić dla niej nierówności

$$4^n < n^{2^{2017}} < 8^n .$$

98. Udowodnić nierówność

$$n^{n^{2^{1000}}} < 2^{2^n}$$

dla wybranej przez siebie liczby naturalnej $n > 1$.

99. Niech $A_n = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}}}}}}}}}$, gdzie $\sqrt{2}$ występuje n razy, a potęgowanie jak zwykle wykonujemy od góry. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej n zachodzi nierówność $A_n < 2$.

100. Niech $A_n = \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{3}}}}}}}}}}}}$, gdzie $\sqrt{2}$ występuje n razy, a potęgowanie jak zwykle wykonujemy od góry. Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej n zachodzi nierówność $A_n < 3$.