Zadania do omówienia na ćwiczeniach w czwartek 21.01.2021 i wtorek 26.01.2021.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

W każdym z kolejnych 4 zadań podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej czwartego rzędu danej funkcji w trzech podanych punktach. Jeżeli licznik lub mianownik jest większy od 100, nie musi być zapisany w postaci dziesiętnej (może być zapisany np. w postaci potęgi albo w postaci iloczynu liczb dziesiętnych lub potęg).

592. $f_1(x)=\ln x$

$f_1^{(4)}(1)=\dots\dots\dots\dots$ $f_1^{(4)}(2)=\dots\dots\dots\dots$ $f_1^{(4)}(3)=\dots\dots\dots\dots$

593. $f_2(x)=\sin x\cdot\cos x$

$f_2^{(4)}\left(\frac{\pi}{12}\right)=\dots\dots\dots\dots$ $f_2^{(4)}\left(\frac{\pi}{4}\right)=\dots\dots\dots\dots$ $f_2^{(4)}\left(\frac{\pi}{2}\right)=\dots\dots\dots\dots$

594. $f_3(x)=(2x+1)^{5/2}$

$f_3^{(4)}(0)=\dots\dots\dots\dots$ $f_3^{(4)}(4)=\dots\dots\dots\dots$ $f_3^{(4)}(12)=\dots\dots\dots\dots$

595. $f_4(x)=\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}$

$f_4^{(4)}(0)=\dots\dots\dots\dots$ $f_4^{(4)}(3)=\dots\dots\dots\dots$ $f_4^{(4)}(8)=\dots\dots\dots\dots$

Wstawić znak "$<$" albo "$>$" i udowodnić powstałą nierówność:

596. e^x .... $1+x$ dla $x>0$

597. e^x .... $1+x+\frac{x^2}{2}$ dla $x>0$

598. e^x .... $1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}$ dla $x>0$

599. $\ln(x+1)$ .... x dla $x>0$

600. $\ln(x+1)$ .... $x-\frac{x^2}{2}$ dla $x>0$

601. $\ln(x+1)$ .... x dla $-1<x<0$

602. $\ln(x+1)$ .... $x-\frac{x^2}{2}$ dla $-1<x<0$

603. $\ln(x+1)$ .... $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ dla $x>0$

604. $\ln(x+1)$ .... $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$ dla $-1<x<0$

605. $\ln(x+1)$ .... $\frac{x}{2}$ dla $0<x<2$

606. $\operatorname{arctg} x$ .... x dla $x>0$

607. $\operatorname{arctg} x$ .... $\frac{\pi x}{4}$ dla $0<x<1$

608. $\sin x$ .... x dla $x>0$

609. $\cos x$ .... $1-\frac{x^2}{2}$ dla $x>0$

610. $\sin x$ .... $x-\frac{x^3}{6}$ dla $x>0$

611. $\cos x$ .... $1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}$ dla $x>0$

612. $\sin x$ .... $\frac{2x}{\pi}$ dla $0<x<\frac{\pi}{2}$

613. $\sin x$ .... $\frac{3x}{\pi}$ dla $0<x<\frac{\pi}{6}$

614. Funkcja $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ ma w przedziale $D_f=[a,b]$ ciągłe pochodne do rzędu trzeciego włącznie (na końcach przedziału ma pochodne jednostronne równe odpowiednim granicom jednostronnym odpowiednich pochodnych).

a) Czy funkcja f ma w punkcie a ekstremum (jeśli tak, to jakie: minimum czy maksimum lokalne), jeżeli:

(i) $f'(a^+)>0$

(ii) $f'(a^+)<0$

(iii) $f'(a^+)=0,\ \ f''(a^+)>0$

(iv) $f'(a^+)=0,\ \ f''(a^+)<0$

(v) $f'(a^+)=f''(a^+)=0,\ \ f'''(a^+)>0$

(vi) $f'(a^+)=f''(a^+)=0,\ \ f'''(a^+)<0$

b) Czy funkcja f ma w punkcie b ekstremum (jeśli tak, to jakie: minimum czy maksimum lokalne), jeżeli:

(vii) $f'(b^-)>0$

(viii) $f'(b^-)<0$

(ix) $f'(b^-)=0,\ \ f''(b^-)>0$

(x) $f'(b^-)=0,\ \ f''(b^-)<0$

(xi) $f'(b^-)=f''(b^-)=0,\ \ f'''(b^-)>0$

(xii) $f'(b^-)=f''(b^-)=0,\ \ f'''(b^-)<0$

615. Wyprowadzić wzór na pochodną rzędu 2019 funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej wzorem

$$f(x)=e^x\cdot\sin x\,.$$

Otrzymany wzór powienien mieć prostą postać, bez znaku "$\sum$", z co najwyżej dwoma znakami "+" i co najwyżej dwoma znakami "−".