Zadania do omówienia na ćwiczeniach
we wtorek 15.12.2020 i czwartek 17.12.2020.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

W każdym z kolejnych 10 zadań podaj **w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego** wartości pochodnej funkcji w trzech podanych punktach.

455. $f(x)=\sqrt[3]{x}$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(8)=\ldots\ldots$ $f'(27)=\ldots\ldots$

456. $f(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)^2}$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(2)=\ldots\ldots$ $f'(3)=\ldots\ldots$

457. $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)+\operatorname{arctg}2$ $f'(1)=\ldots.$ $f'(2)=\ldots.$ $f'(3)=\ldots.$

458. $f(x)=\ln\left(x^3+1\right)$ $f'(1)=\ldots..$ $f'(2)=\ldots..$ $f'(3)=\ldots..$

459. $f(x)=\operatorname{arctg}\left(x^2\right)$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(2)=\ldots\ldots$ $f'(3)=\ldots\ldots$

460. $f(x)=\sqrt{24x+1}$ $f'(0)=\ldots\ldots$ $f'(1)=\ldots\ldots$ $f'(2)=\ldots\ldots$

461. $f(x)=\sqrt[3]{x^3-x+8}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

462. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^4-x^2+9}}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

463. $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{x^5-x+32}}$ $f'(-1)=\ldots..$ $f'(0)=\ldots..$ $f'(1)=\ldots..$

464. $f(x)=\sqrt{8x+1}\cdot\sqrt[3]{7x^2+1}$ $f'(0)=\ldots.$ $f'(1)=\ldots.$ $f'(3)=\ldots.$

465. Wyznaczyć równanie prostej, która jest styczna do obydwu następujących parabol: paraboli o równaniu $y=x^2$ oraz paraboli o równaniu $y=x^2-8x$.

466. Na potrzeby tego zadania prostą nazwiemy *fajną*, jeśli jest styczna do obydwu następujących parabol: do paraboli o równaniu $y=x^2+2$ oraz do paraboli o równaniu $y=-x^2$. Wyznaczyć równania wszystkich *fajnych* prostych.

467. Na potrzeby tego zadania prostą nazwiemy *fajną*, jeśli jest styczna do obydwu następujących parabol: do paraboli o równaniu $y=x^2+2$ oraz do paraboli o równaniu $y=2x^2$. Wyznaczyć równania wszystkich *fajnych* prostych.

468. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[3]{x^3+x^5}$ jest różniczkowalna w zerze.

469. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\sqrt[4]{x^4+x^6}$ jest różniczkowalna w zerze.

470. Rozstrzygnąć, czy funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x^2+1}-1}$$

jest różniczkowalna w zerze.

471. Wyznaczyć taką wartość rzeczywistą parametru a, że funkcja f określona wzorem

$$f(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+1}-1}+a\cdot\sqrt[4]{\sqrt[4]{x^4+1}-1}$$

jest różniczkowalna w zerze.

W każdym z kolejnych 8 zadań dla podanej funkcji $f_i:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ podaj wartości pochodnych jednostronnych funkcji f_i w zerze.

472. $f_1(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+1}-1}$ $f_1'(0^-)=$ .... $f_1'(0^+)=$ ....

473. $f_2(x)=\sqrt{\sqrt{2x^2+1}-1}$ $f_2'(0^-)=$ .... $f_2'(0^+)=$ ....

474. $f_3(x)=\sqrt{\sqrt{x^2+4}-2}$ $f_3'(0^-)=$ .... $f_3'(0^+)=$ ....

475. $f_4(x)=\sqrt{\sqrt{8x^2+81}-9}$ $f_4'(0^-)=$ .... $f_4'(0^+)=$ ....

476. $f_5(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x^2+1}-1}$ $f_5'(0^-)=$ .... $f_5'(0^+)=$ ....

477. $f_6(x)=\sqrt{\sqrt[4]{2x^2+1}-1}$ $f_6'(0^-)=$ .... $f_6'(0^+)=$ ....

478. $f_7(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x^2+16}-2}$ $f_7'(0^-)=$ .... $f_7'(0^+)=$ ....

479. $f_8(x)=\sqrt{\sqrt[4]{8x^2+81}-3}$ $f_8'(0^-)=$ .... $f_8'(0^+)=$ ....

480. Funkcja $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ jest określona wzorem

$$f(x)=1+x+2\sqrt{x}\,.$$

Funkcja g jest złożeniem 100 egzemplarzy funkcji f:

$$g(x)=f(f(f(\ldots f(f(x))\ldots)))\,.$$

Obliczyć $g'(100)$.