

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
we wtorek 24.11.2020 i czwartek 26.11.2020.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

264. Rozstrzygnąć zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{8n^k + \sqrt{n}} - 4}{8n^4 - 3n^3 + 5}$$

w zależności od parametru naturalnego k .

265. Rozstrzygnąć zbieżność szeregów

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^k + 1}}{n^7 + 1} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^{k+1} + 1}}{n^7 + 1}$$

dla tak dobranej wartości parametru naturalnego k , że dokładnie jeden z tych szeregów jest zbieżny.

266. Ciąg (a_n) o wyrazach rzeczywistych spełnia dla każdej liczby naturalnej n nierówność

$$|a_n - a_{n+1}| < \frac{1}{n}.$$

Rozstrzygnąć, czy stąd wynika, że ciąg (a_n) jest zbieżny.

267. Wyznaczyć wszystkie zbieżne szeregi **geometryczne** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich** spełniające warunek

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 9.$$

268. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 8.$$

269. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = 1.$$

270. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right)^2 = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2.$$

Dla podanego przykładu wyznaczyć wartości sum szeregów występujących w powyższym równaniu i sprawdzić, że jest ono spełnione.

271. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} = 6.$$

272. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1})^2 = \frac{4}{3}.$$

273. Wyznaczyć wszystkie zbieżne szeregi **geometryczne** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich** spełniające warunek

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = 15 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n^4.$$

274. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach **dodatnich**, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 20, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{2^n} = 8 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{3^n} = 5.$$

275. Dany jest zbieżny szereg geometryczny $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o sumie S . Wiadomo, że

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n = T.$$

Wyznaczyć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ w zależności od S i T .

276. Podać przykład takiego szeregu **zbieżnego** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 2$ wyraz a_n jest dodatni, a ponadto

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = 13.$$

277. Skonstruować przykład takiego szeregu zbieżnego $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ o wyrazach rzeczywistych, że szeregi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ oraz $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^4$ są zbieżne, a ponadto zachodzą równości

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5 \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^4.$$