

W każdym z poniższych zadań podaj w postaci uproszczonej (np. liczby wymierne muszą być podane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego) kresy zbioru oraz określ, czy kresy należą do zbioru.

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy  $-\infty$  albo  $+\infty = \infty$ .

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

**191.**  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 60} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/11$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = 1/4$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

**192.**  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 70} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/6$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = 1/11$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

**193.**  $Z = \left\{ \sqrt{25n^2 + 24n} - 5n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 2$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = 12/5$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**

**194.**  $Z = \left\{ \sqrt{25n^2 - 24n} - 5n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -4$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = -12/5$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**

**195.**  $Z = \left\{ \sqrt{25n^2 + 24n} + \sqrt{25n^2 - 24n} - 10n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -2$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = 0$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**

**196.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^2 \leq 9m^2 \leq 25n^2 \right\}$   
 $\inf Z = 4/3$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**  $\sup Z = 5/3$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

**197.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^2 \leq 2m^2 \leq 32n^2 \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**  $\sup Z = 4$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

**198.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3n^2 \leq m^2 \leq 4n^2 \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt{3}$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**  $\sup Z = 2$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

**199.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4m^2 \leq n^2 \leq 5m^2 \right\}$   
 $\inf Z = 1/\sqrt{5}$  Czy  $\in Z$  ? **NIE**  $\sup Z = 1/2$  Czy  $\in Z$  ? **TAK**

200.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^n \leq 2^m \leq 4^n \right\}$   
 $\inf Z = \log_2 3$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

201.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^m \leq 2^n \leq 5^m \right\}$   
 $\inf Z = \log_5 2$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1/2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

202.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 9^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 27^{n^2} \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt{2}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = \sqrt{3}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

203.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 32^{n^2} \right\}$   
 $\inf Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = \sqrt{5}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

204.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^{n^2} \leq 9^{m^2} \leq 25^{n^2} \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt{\log_9 16} = \sqrt{\log_3 4}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  
 $\sup Z = \sqrt{\log_9 25} = \sqrt{\log_3 5}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

205.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^n \cdot n^m \leq m^m \leq 27^n \cdot n^m \right\}$   
 $\inf Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

206.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{24n} \cdot n^m \leq m^m \leq 3^{18n} \cdot n^m \right\}$   
 $\inf Z = 8$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 9$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

207.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{8n} \cdot n^m \leq m^m \leq 2^{160n} \cdot n^m \right\}$   
 $\inf Z = 4$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 32$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

208.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{64n} \cdot n^m \leq m^m \leq 3^{81n} \cdot n^m \right\}$   
 $\inf Z = 16$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 27$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

209.  $Z = \left\{ \left( \frac{1}{n} - \frac{3}{5} \right)^2 : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 1/100$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 9/25$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

210.  $Z = \left\{ \left( \frac{1}{n} - \frac{3}{5} \right)^3 : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -27/125$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 8/125$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
211.  $Z = \left\{ \left( -\frac{1}{n} \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/4$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
212.  $Z = \left\{ \left( -\frac{1}{n} \right)^{n^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/16$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
213.  $Z = \left\{ \left( -\frac{1}{n} \right)^{n^2+n} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
214.  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 370} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/5$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/6$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
215.  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 390} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/6$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
216.  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 410} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1/10$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
217.  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 430} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1/30$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
218.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^2 \leq m^2 \leq 27n^2 \right\}$   
 $\inf Z = 5$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = \sqrt{27} = 3 \cdot \sqrt{3}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**
219.  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^3 \leq m^3 \leq 27n^3 \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt[3]{25}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**220.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^n \leq 8^m \leq 27^n \right\}$   
 $\inf Z = 4/3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = \log_8 27 = \boxed{\log_2 3}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

**221.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^n \leq 9^m \leq 27^n \right\}$   
 $\inf Z = \log_9 16 = \boxed{\log_3 4 = 2 \cdot \log_3 2}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 3/2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**222.**  $Z = \left\{ (2 - \sqrt{3})^n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 2 - \sqrt{3}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**223.**  $Z = \left\{ (2 - \sqrt{5})^n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 2 - \sqrt{5}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = (2 - \sqrt{5})^2 = 9 - 4\sqrt{5}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**224.**  $Z = \left\{ \binom{50}{n} : n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 49, 50\} \right\}$   
 $\inf Z = 1$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = \binom{50}{25}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**225.**  $Z = \left\{ \binom{50}{n} \cdot (-1)^n : n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 49, 50\} \right\}$   
 $\inf Z = -\binom{50}{25}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = \binom{50}{24} = \binom{50}{26}$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

**226.**  $Z = \left\{ \sqrt{x^2 + 2x + 1} : x \in (-5, 2) \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 4$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

**227.**  $Z = \left\{ \sqrt[4]{x^2 + 2x + 1} : x \in (-5, 2) \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

**228.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5^3 \cdot n^{15} \leq m^{15} \leq 3^5 \cdot n^{15} \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt[5]{5}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = \sqrt[3]{3}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

**229.**  $Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 5^2 \cdot n^{10} \leq m^{10} \leq 2^5 \cdot n^{10} \right\}$   
 $\inf Z = \sqrt[5]{5}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = \sqrt{2}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$230. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^2 \cdot n^6 \leq m^6 \leq 2^3 \cdot n^6 \right\}$$

inf  $Z = +\infty$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = -\infty$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$231. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 8^{mn} \right\}$$

inf  $Z = \sqrt{2}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = 3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

$$232. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 4^{mn} \right\}$$

inf  $Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK** sup  $Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

$$233. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 81^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 11^{mn} \right\}$$

inf  $Z = 2$  Czy  $\in Z$ ? **TAK** sup  $Z = \log_3 11$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$234. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 5^{mn} \right\}$$

inf  $Z = \sqrt{3}$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = \log_2 5$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$235. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 32^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 3^{mn} \right\}$$

inf  $Z = +\infty$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = -\infty$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$236. Z = \left\{ \frac{m^2}{n^2} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 8n^3 \leq m^3 \leq 27n^3 \right\}$$

inf  $Z = 4$  Czy  $\in Z$ ? **TAK** sup  $Z = 9$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

$$237. Z = \left\{ \frac{m^2}{n^2} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 25n^4 \leq m^4 \leq 49n^4 \right\}$$

inf  $Z = 5$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = 7$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

$$238. Z = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{18^2 \cdot n} \cdot n^m \leq m^m \leq 2^{2^{11} \cdot n} \cdot n^m \right\}$$

inf  $Z = 81$  Czy  $\in Z$ ? **TAK** sup  $Z = 256$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

$$239. Z = \{\log_x 8 : x \in [2, +\infty)\}$$

inf  $Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE** sup  $Z = 3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**

$$240. Z = \{\log_x 32 : x \in (0, 1/2]\}$$

inf  $Z = -5$  Czy  $\in Z$ ? **TAK** sup  $Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**

241.  $Z = \left\{ \frac{1}{n^2 - 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/8$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/5$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
242.  $Z = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 + 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/45$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/48$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
243.  $Z = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 44} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/5$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/19$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
244.  $Z = \left\{ \left( \frac{-1}{3} \right)^n : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/9$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
245.  $Z = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{1}{3^i} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 1/3$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/2$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**
246.  $Z = \left\{ x^n : x \in \left( -\frac{1}{2}, \frac{1}{5} \right) \wedge n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/2$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1/4$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**
247.  $Z = \{ \log_2(2n-1) - \log_2 n : n \in \mathbb{N} \}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**
248.  $Z = \left\{ \frac{(\log_2(n^2+1)) \cdot \log_3(n^2+4)}{(\log_8(n^2+4)) \cdot \log_9(n^2+1)} : n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 6$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 6$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
249.  $Z = \left\{ \frac{1}{5^m - 11^n} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = -1/6$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**  $\sup Z = 1/4$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**
250.  $Z = \left\{ \frac{mn}{m^2 + 4n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$   
 $\inf Z = 0$  Czy  $\in Z$ ? **NIE**  $\sup Z = 1/4$  Czy  $\in Z$ ? **TAK**