

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
we wtorek 17.11.2020 i czwartek 19.11.2020.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

180. Niech \mathbb{T} będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |a_n - 1| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z zadań **180.1-180.10** podaj odpowiedni kres zbioru.

180.1. $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.2. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.3. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.4. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.5. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.6. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.7. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.8. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.9. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

180.10. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181. Niech \mathbb{T} będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} \left| a_n - \frac{1}{n} \right| < \frac{1}{n}.$$

W każdym z zadań **181.1-181.10** podaj odpowiedni kres zbioru.

181.1. $\sup\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.2. $\inf\{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.3. $\sup\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.4. $\inf\{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.5. $\sup\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.6. $\inf\{a_2 - a_3 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.7. $\sup\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.8. $\inf\{a_3 - a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.9. $\sup\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

181.10. $\inf\{a_2 + a_3 + a_6 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182. Niech \mathbb{T} będzie zbiorem wszystkich ciągów **zbieżnych** (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |a_n - 6| < \frac{n+1}{n}.$$

W każdym z zadań **182.1-182.10** podaj odpowiedni kres zbioru.

182.1. $\sup \{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.2. $\inf \{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.3. $\sup \{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.4. $\inf \{a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.5. $\sup \{a_1 - a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.6. $\inf \{a_1 - a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\} = \dots\dots\dots$

182.7. $\sup \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n : (a_n) \in \mathbb{T} \right\} = \dots\dots\dots$

182.8. $\inf \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} a_n : (a_n) \in \mathbb{T} \right\} = \dots\dots\dots$

182.9. $\sup \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - a_1) : (a_n) \in \mathbb{T} \right\} = \dots\dots\dots$

182.10. $\inf \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - a_1) : (a_n) \in \mathbb{T} \right\} = \dots\dots\dots$

183. W każdym z zadań **183.1-183.6** podaj w postaci uproszczonej (np. liczby wymierne muszą być zapisane w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego) kresy zbioru.

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Niech \mathbb{T} będzie zbiorem wszystkich ciągów (a_n) spełniających warunek

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |a_n - a_{n+1}| < \frac{1}{n}.$$

183.1. $A = \{a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

183.2. $B = \{a_3 - a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

183.3. $C = \{a_4 - a_2 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

183.4. $D = \{a_4 - a_1 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

183.5. $E = \{(a_3 - a_1)^2 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

183.6. $F = \{a_3^2 - a_1^2 : (a_n) \in \mathbb{T}\}$

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

184. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$Z = \left\{ \frac{mn}{4m^2 + 9n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

185. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kres górny zbioru

$$Z = \left\{ \frac{kmn}{8k^3 + 27m^3 + 125n^3} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

186. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 5n + 3} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

187. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \sqrt{n^2 + 5n + 10} - n : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

188. Wyznaczyć (wraz z uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \frac{1}{5^m - 3^n} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

189. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \frac{1}{m^2 - 3n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

190. Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$\left\{ \frac{1}{m^2 - 7n^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$