

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach
w czwartek 12.11.2020 i poniedziałek 16.11.2020.**

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

163. Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{\sqrt{n^4+n}} + \frac{n+1}{\sqrt{n^4+n+1}} + \frac{n+2}{\sqrt{n^4+n+2}} + \frac{n+3}{\sqrt{n^4+n+3}} + \dots + \frac{9n}{\sqrt{n^4+9n}} \right).$$

164. Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n}{\sqrt{4n^4+4n}} + \frac{4n+3}{\sqrt{4n^4+4n+3}} + \frac{4n+6}{\sqrt{4n^4+4n+6}} + \frac{4n+9}{\sqrt{4n^4+4n+9}} + \frac{4n+12}{\sqrt{4n^4+4n+12}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{13n-9}{\sqrt{4n^4+13n-9}} + \frac{13n-6}{\sqrt{4n^4+13n-6}} + \frac{13n-3}{\sqrt{4n^4+13n-3}} + \frac{13n}{\sqrt{4n^4+13n}} \right).$$

165. Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3^n}{3^n+1} + \frac{3^{n-1} \cdot 2}{3^n+2} + \frac{3^{n-2} \cdot 4}{3^n+4} + \frac{3^{n-3} \cdot 8}{3^n+8} + \dots + \frac{9 \cdot 2^{n-2}}{3^n+2^{n-2}} + \frac{3 \cdot 2^{n-1}}{3^n+2^{n-1}} + \frac{2^n}{3^n+2^n} \right).$$

166. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n}{\sqrt{9^n+5^n}} + \frac{2^{n-1} \cdot 3}{\sqrt{9^n+5^{n-1} \cdot 7}} + \frac{2^{n-2} \cdot 3^2}{\sqrt{9^n+5^{n-2} \cdot 7^2}} + \dots + \frac{2^{n-k} \cdot 3^k}{\sqrt{9^n+5^{n-k} \cdot 7^k}} + \dots + \frac{3^n}{\sqrt{9^n+7^n}} \right).$$

167. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n+1)^2}{\sqrt{n^6+1}} + \frac{(n+2)^2}{\sqrt{n^6+2}} + \frac{(n+3)^2}{\sqrt{n^6+3}} + \dots + \frac{(n+k)^2}{\sqrt{n^6+k}} + \dots + \frac{(2n-1)^2}{\sqrt{n^6+n-1}} + \frac{(2n)^2}{\sqrt{n^6+n}} \right).$$

Wskazówka-przypomnienie: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$.

168. Obliczyć wartość granicy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\binom{n}{0}}{\sqrt{4^n+1}} + \frac{\binom{n}{1}}{\sqrt{4^n+3}} + \frac{\binom{n}{2}}{\sqrt{4^n+9}} + \frac{\binom{n}{3}}{\sqrt{4^n+27}} + \dots + \frac{\binom{n}{n-1}}{\sqrt{4^n+3^{n-1}}} + \frac{\binom{n}{n}}{\sqrt{4^n+3^n}} \right).$$

169. Obliczyć granicę ciągu zaczynającego się od wyrazu o indeksie 7:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\binom{7}{7}}{\sqrt{n^k+7}} + \frac{\binom{8}{7}}{\sqrt{n^k+8}} + \frac{\binom{9}{7}}{\sqrt{n^k+9}} + \frac{\binom{10}{7}}{\sqrt{n^k+10}} + \dots + \frac{\binom{n-1}{7}}{\sqrt{n^k+n-1}} + \frac{\binom{n}{7}}{\sqrt{n^k+n}} \right)$$

dla tak dobranej wartości naturalnej parametru k , aby granica ta była liczbą rzeczywistą dodatnią.

170. Obliczyć granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^n} \right)^{(n+1)^n}.$$