Test kwalifikacyjny Wersja testu **W** 2 października 2020 r.

1. Dla podanej liczby podaj jej dwucyfrowy dzielnik większy od 50.

a) 10 000 000 008, ... b) 10 000 000 050, ...

c) 1 000 007 010, ... d) 1 000 000 140, ...

2. Dla podanej silni podaj największą liczbę naturalną k, dla której ta silnia jest podzielna przez 7^k.

a) 100!, $k =$ .... b) 80!, $k =$ ....

c) 50!, $k =$ .... d) 40!, $k =$ ....

3. Dla podanej liczby x podaj liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n < \frac{1}{x} < n+1$.

a) $x = 10 - \sqrt{101}$, $n =$ .... b) $x = 8 - 3\sqrt{7}$, $n =$ ....

c) $x = 9 - \sqrt{78}$, $n =$ .... d) $x = 10 - 7\sqrt{2}$, $n =$ ....

4. Dla podanych liczb a i b podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa $60°$.

a) $a=3$, $b=5$, $c=$ ....

b) $a=3$, $b=8$, $c=$ ....

c) $a=5$, $b=8$, $c=$ ....

d) $a=2$, $b=5$, $c=$ ....

5. Podaj takie liczby naturalne n i k większe od 1, że podana liczba jest równa n^k, a przy tym liczba n jest możliwie najmniejsza.

a) $32^{44}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

b) $64^{11}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

c) $125^{33}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

d) $36^{22}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

6. Podaj liczbę rzeczywistą x spełniającą dane równanie.

a) $\log_3(27x)=\log_3 27\cdot\log_3 x$ dla $x=$ ....

b) $\log_2(8x)=\log_2 8\cdot\log_2 x$ dla $x=$ ....

c) $\log_3(9x)=\log_3 9\cdot\log_3 x$ dla $x=$ ....

d) $\log_4(8x)=\log_4 8\cdot\log_4 x$ dla $x=$ ....

7. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\sin\alpha = \sin(\alpha + 10^\circ)$ dla $\alpha =$ ....

b) $\sin\alpha = \sin(\alpha + 20^\circ)$ dla $\alpha =$ ....

c) $\sin\alpha = \sin(\alpha + 60^\circ)$ dla $\alpha =$ ....

d) $\sin\alpha = \sin(\alpha + 40^\circ)$ dla $\alpha =$ ....

8. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = 4^x - 2^{x+4}$, ... b) $f(x) = 4^x - 2^{x+3}$, ...

c) $f(x) = 4^x - 2^{x+2}$, ... d) $f(x) = 4^x - 2^{x+1}$, ...

9. Każdy ze zbiorów A, B, C ma 9 elementów, a zbiór $A\cap B\cap C$ ma 1 element. Jeżeli każdy ze zbiorów $A\cap B$, $A\cap C$, $B\cap C$ ma n elementów, to zbiór $A\cup B\cup C$ ma k elementów. Dla podanej liczby n podaj taką liczbę k, aby powyższe było prawdziwe.

a) $n=5$, $k=$ .... b) $n=3$, $k=$ ....

c) $n=2$, $k=$ .... d) $n=4$, $k=$ ....

10. W postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich, wyrazy pierwszy i ostatni (czyli a_1 i a_n) są liczbami całkowitymi, ale nie wszystkie wyrazy tego postępu są całkowite. Dla podanej liczby n podaj największą możliwą liczbę wyrazów całkowitych postępu spełniającego powyższe warunki.

a) $n=36$, ... b) $n=34$, ...

c) $n=32$, ... d) $n=33$, ...

11. Jeżeli pole powierzchni dwunastościanu foremnego D jest większe od pola powierzchni dwunastościanu foremnego E o $p\%$, to objętość dwunastościanu foremnego D jest większa od objętości dwunastościanu foremnego E o $q\%$. Dla podanej liczby p podaj taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=2400$, $q=$ .... b) $p=300$, $q=$ ....

c) $p=800$, $q=$ .... d) $p=1500$, $q=$ ....

12. Podaj w postaci ułamka dziesiętnego przybliżoną wartość danej liczby **zaokrąglając wynik w dół do 4 cyfr po przecinku.**

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\ldots+\frac{1}{4^{2020}} \approx$ ....

b) $\frac{1}{6}+\frac{1}{6^2}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{6^4}+\ldots+\frac{1}{6^{2020}} \approx$ ....

c) $\frac{1}{9}+\frac{1}{9^2}+\frac{1}{9^3}+\frac{1}{9^4}+\ldots+\frac{1}{9^{2020}} \approx$ ....

d) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\ldots+\frac{1}{3^{2020}} \approx$ ....