Test kwalifikacyjny Wersja testu **R** 1 października 2020 r.

1. Dla podanej liczby podaj jej dwucyfrowy dzielnik większy od 40.

a) $1\,000\,000\,001\,016$, ... b) $1\,000\,002\,225$, ...

c) $1\,000\,003\,005$, ... d) $1\,000\,000\,240$, ...

2. Dla podanej silni podaj liczbę zer, którymi zakończony jest jej zapis dziesiętny.

a) $66!$, ... b) $55!$, ...

c) $44!$, ... d) $33!$, ...

3. Dla podanej liczby x podaj liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n < \frac{1}{x} < n+1$.

a) $x = 7 - 5\sqrt{2}$, $n =$ .... b) $x = 7 - 4\sqrt{3}$, $n =$ ....

c) $x = 6 - \sqrt{33}$, $n =$ .... d) $x = 8 - \sqrt{62}$, $n =$ ....

4. Dla podanych liczb a i b podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa $120°$.

a) $a=3$, $b=5$, $c=$ ....

b) $a=1$, $b=2$, $c=$ ....

c) $a=2$, $b=3$, $c=$ ....

d) $a=1$, $b=3$, $c=$ ....

5. Podaj takie liczby naturalne n i k większe od 1, że podana liczba jest równa n^k, a przy tym liczba n jest możliwie najmniejsza.

a) $27^{27}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

b) $32^{32}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

c) $16^{16}=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

d) $8^8=n^k$ dla $n=$ ...., $k=$ ....

6. Podaj liczbę rzeczywistą x spełniającą dane równanie.

a) $\log_4 3=\log_2 x$ dla $x=$ ....

b) $\log_2 4=\log_x 3$ dla $x=$ ....

c) $\log_2 3=\log_4 x$ dla $x=$ ....

d) $\log_2 4=\log_3 x$ dla $x=$ ....

7. Dla podanego równania podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której spełnione jest to równanie.

a) $\sin\alpha = \sin(2\alpha)$ dla $\alpha =$ ....

b) $\sin\alpha = \sin(3\alpha)$ dla $\alpha =$ ....

c) $\sin\alpha = \sin(5\alpha)$ dla $\alpha =$ ....

d) $\sin\alpha = \sin(4\alpha)$ dla $\alpha =$ ....

8. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x) = x^8 - 8x^4$, ... b) $f(x) = x^6 - 6x^3$, ...

c) $f(x) = x^4 + 4x^2$, ... d) $f(x) = x^2 + 2x$, ...

9. Każdy ze zbiorów A, B, C ma 10 elementów, a każdy ze zbiorów $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ ma 5 elementów. Jeżeli zbiór $A \cap B \cap C$ ma n elementów, to zbiór $A \cup B \cup C$ ma k elementów. Dla podanej liczby n podaj taką liczbę k, aby powyższe było prawdziwe.

a) $n = 4$, $k =$ .... b) $n = 2$, $k =$ ....

c) $n = 1$, $k =$ .... d) $n = 3$, $k =$ ....

10. Jeżeli obwód siedmiokąta foremnego S jest mniejszy od obwodu siedmiokąta foremnego T o $p\%$, to pole siedmiokąta foremnego S jest mniejsze od pola siedmiokąta foremnego T o $q\%$. Dla podanej liczby p podaj taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p = 90$, $q =$ .... b) $p = 50$, $q =$ ....

c) $p = 10$, $q =$ .... d) $p = 30$, $q =$ ....

11. Postęp arytmetyczny 2020-wyrazowy $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{2020}$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:
Wyrazy pierwszy, drugi i piąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.
Dla podanych m i n podaj taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leqslant 2020$, aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.

a) $m=5, \quad n=11, \quad k=$ ....

b) $m=1, \quad n=3, \quad k=$ ....

c) $m=1, \quad n=4, \quad k=$ ....

d) $m=5, \quad n=8, \quad k=$ ....

12. Podaj w postaci ułamka dziesiętnego przybliżoną wartość danej liczby **zaokrąglając wynik w dół do 4 cyfr po przecinku.**

a) $\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+\frac{1}{5^4}+\ldots+\frac{1}{5^{2020}} \approx$ ....

b) $\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\frac{1}{7^4}+\ldots+\frac{1}{7^{2020}} \approx$ ....

c) $\frac{1}{11}+\frac{1}{11^2}+\frac{1}{11^3}+\frac{1}{11^4}+\ldots+\frac{1}{11^{2020}} \approx$ ....

d) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\ldots+\frac{1}{2^{2020}} \approx$ ....