KOLOKWIUM nr 2, 7.03.2019, godz. 12:15–13:00

Zadanie **3. (10 punktów)**
Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int e^x \cdot \sin\sqrt{e^x+1}\,dx\,.$$

Rozwiązanie:
Wykonując podstawienie $t=\sqrt{e^x+1}$, czyli $t^2=e^x+1$ i formalnie $2t\,dt=e^x\,dx$, a następnie całkując przez części, otrzymujemy

$$\int e^x \cdot \sin\sqrt{e^x+1}\,dx=\int \sin t\cdot 2t\,dt=2\cdot\int t\cdot\sin t\,dt=2\cdot t\cdot(-\cos t)-2\cdot\int 1\cdot(-\cos t)\,dt=$$
$$=-2\cdot t\cdot\cos t+2\cdot\int\cos t\,dt=-2\cdot t\cdot\cos t+2\cdot\sin t+C=$$
$$=-2\cdot\sqrt{e^x+1}\cdot\cos\sqrt{e^x+1}+2\cdot\sin\sqrt{e^x+1}+C\,.$$

Zadanie **4. (10 punktów)**
Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sqrt[3]{8x^{17}+x^{12}}\,dx\,.$$

Rozwiązanie:
Przekształcamy podaną całkę

$$\int \sqrt[3]{8x^{17}+x^{12}}\,dx=\int x^4\cdot\sqrt[3]{8x^5+1}\,dx$$

i wykonujemy podstawienie $t=8x^5+1$ oraz formalnie $dt=40x^4\,dx$. Otrzymujemy

$$\int x^4\cdot\sqrt[3]{8x^5+1}\,dx=\frac{1}{40}\cdot\int 40x^4\cdot\sqrt[3]{8x^5+1}\,dx=\frac{1}{40}\cdot\int\sqrt[3]{t}\,dt=\frac{1}{40}\cdot\frac{3\cdot t^{4/3}}{4}+C=$$
$$=\frac{3\cdot t^{4/3}}{160}+C=\frac{3\cdot\left(8x^5+1\right)^{4/3}}{160}+C\,.$$