

Obliczyć granice

$$555. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{n} + \sin \frac{2}{n} + \sin \frac{3}{n} + \dots + \sin \frac{n}{n} \right) \cdot \frac{1}{n}$$

$$556. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(e^{\sqrt{\frac{1}{n}}} + e^{\sqrt{\frac{2}{n}}} + e^{\sqrt{\frac{3}{n}}} + \dots + e^{\sqrt{\frac{n}{n}}} \right) \text{ (pierwiastki są w wykładnikach)}$$

$$557. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n} \cdot (\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n+2} + \dots + \sqrt[3]{2n})}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} + \dots + \sqrt{2n}}$$

$$558. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2n}\sqrt{3n}} + \frac{1}{\sqrt{2n+1}\sqrt{3n+1}} + \frac{1}{\sqrt{2n+2}\sqrt{3n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{3n}\sqrt{4n}}$$

Wsk. Niewymierność $\sqrt{(x+a)(x+b)}$ całkujemy wykonując podstawienie $t = \sqrt{\frac{x+a}{x+b}}$.

$$559. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sin(n^2 + 0^2)}{n^2 + 0^2} + \frac{n + \sin(n^2 + 1^2)}{n^2 + 1^2} + \frac{n + \sin(n^2 + 2^2)}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{n + \sin(n^2 + n^2)}{n^2 + n^2}$$

Wskazówka: Skorzystać z twierdzenia o trzech ciągach.

560. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = \sqrt{x+4}^3$, $0 \leq x \leq 5$.

561. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $0 \leq y \leq xe^x$, $0 \leq x \leq 1$.

562. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = \ln x$, $1 \leq x \leq \sqrt{3}$.

563. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $\arctg x \leq y \leq \sqrt{\arctg^2 x + \sqrt{1 + \sin x}}$, $0 \leq x \leq \pi$

564. Pasem przestrzennym o szerokości d nazywamy obszar przestrzeni zawarty pomiędzy dwiema płaszczyznami równoległymi odległymi o d , wraz z tymi płaszczyznami.

Czy sferę można pokryć pasami przestrzennymi o sumie szerokości mniejszej od średnicy sfery?

Pasów ma być skończenie wiele.

565. Pasem o szerokości d nazywamy obszar płaszczyzny zawarty pomiędzy dwiema prostymi równoległymi odległymi o d , wraz z tymi prostymi.

Czy koło można pokryć pasami o sumie szerokości mniejszej od średnicy koła?

Pasów ma być skończenie wiele.