Kolokwium nr 52: wtorek 13.03.2018, godz. 17:15, materiał zad. 501–538.

Udowodnić następujące nierówności:

549. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x}\,dx < 2$ **550.** $2\sqrt{2} < \int_2^4 x^{1/x}\,dx$ **551.** $\int_{1/4}^{1/2} x^{2x}\,dx < \frac{1}{8}$

552. $\frac{19}{3} < \int_2^3 x^x\,dx < \frac{65}{4}$. **Wsk.** Oszacować x^x przez x^a.

553. Przedstawić na rysunku następujące wzory zachodzące dla funkcji ciągłej f na przedziale $[a,b]$:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} \inf_{x\in\left[a+(k-1)\frac{b-a}{n},\, a+k\frac{b-a}{n}\right]} f(x) \tag{A}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} \sup_{x\in\left[a+(k-1)\frac{b-a}{n},\, a+k\frac{b-a}{n}\right]} f(x) \tag{B}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right) \tag{C}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right) \tag{D}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a+\left(k-\frac{1}{2}\right)\frac{b-a}{n}\right) \tag{E}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right)\right) \tag{F}$$

W miarę możliwości zrobić taki rysunek, aby było widać, czy wyrazy ciągu sum Riemanna są większe/mniejsze od całki w przypadku ogólnym lub w przypadku funkcji rosnącej/malejącej, wypukłej/wklęsłej.

554. Obliczyć całkę oznaczoną

$$\int_1^{25} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x+24}}\,.$$