9	10	Σ

Nazwisko 0

Imię Indeks

ANALIZA 2, KOLOKWIUM nr 5, 26.03.2018, godz. 8:15–9:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOLOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **9. (10 punktów)**

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n}}{(2n+1)\cdot\sqrt{n+1}}+\frac{\sqrt{n}}{(2n+2)\cdot\sqrt{n+2}}+\frac{\sqrt{n}}{(2n+3)\cdot\sqrt{n+3}}+\frac{\sqrt{n}}{(2n+4)\cdot\sqrt{n+4}}+\ldots\right.$$
$$\left.\ldots+\frac{\sqrt{n}}{(2n+k)\cdot\sqrt{n+k}}+\ldots+\frac{\sqrt{n}}{(4n-2)\cdot\sqrt{3n-2}}+\frac{\sqrt{n}}{(4n-1)\cdot\sqrt{3n-1}}+\frac{\sqrt{n}}{(4n)\cdot\sqrt{3n}}\right).$$

Zadanie **10. (10 punktów)**

Wiadomo, że jeżeli funkcje ciągłe $f,g:[a,b]\to\mathbb{R}$ spełniają nierówność $f(x)\leqslant g(x)$ dla każdego $x\in[a,b]$, to środek ciężkości figury

$$\{(x,y):\ x\in[a,b]\ \wedge\ f(x)\leqslant y\leqslant g(x)\}$$

leży w punkcie $\left(\frac{X}{P},\frac{Y}{P}\right)$, gdzie

$$X=\int_a^b x\cdot(g(x)-f(x))\,dx\,,\qquad Y=\frac{1}{2}\cdot\int_a^b (g(x))^2-(f(x))^2\,dx\,,\qquad P=\int_a^b g(x)-f(x)\,dx\,.$$

Wyznaczyć środek ciężkości (x_n,y_n) obszaru Z_n ograniczonego prostą o równaniu $y=x$ i krzywą o równaniu $y=|x|\cdot\sqrt[n]{|x|}$.

Obliczyć graniczne wartości $x_G=\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ oraz $y_G=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$. Jakiej zależności między x_G i y_G powinniśmy oczekiwać i dlaczego?