

**Kolokwium nr 59:** czwartek 4.01.2018, godz. 14:15, materiał zad. 1–459, 501-690.

## 9. Pochodna funkcji.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 4,8.01.2018 (grupa 1 lux).

Obliczyć pochodną funkcji zmiennej  $x$  o podanym wzorze. Podać, w jakim zbiorze istnieje pochodna.

**Wskazówka:**  $A^B = e^{B \ln A}$ .

691.  $e^x \ln x$     692.  $\frac{\ln x}{e^x}$     693.  $x^{10} \ln x$     694.  $\ln \ln x$     695.  $\ln \frac{1}{1+x}$

696.  $\log_{10}(x-1)$     697.  $\log_2 |\log_3(\log_5 x)|$     698.  $e^{\sqrt{\ln x}}$     699.  $x^{x^2}$

700.  $x^{x^x}$     701.  $x^{\sqrt{x}}$     702.  $(\ln x)^x$     703.  $e^{-x^2} \ln x$

704. Podać (z wyprowadzeniem i uzasadnieniem poprawności) przykład takiego wielomianu  $W(x)$  stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, że funkcja  $f(x) = W(\{x\})$  jest różniczkowalna.

**Uwaga:**  $\{x\}$  oznacza część ułamkową liczby  $x$ .

705. Chcemy zaokrąglić modułowi *dzióbek*. Niech  $n$  będzie liczbą naturalną. Dobrać takie  $a, b, c$  zależne od  $n$ , aby funkcja  $f_n$  określona wzorem

$$f_n(x) = \begin{cases} |x| & \text{dla } |x| \geq 1/n \\ ax^2 + bx + c & \text{dla } |x| < 1/n \end{cases}$$

była różniczkowalna. Obliczyć  $f'_n$ . Naszkicować wykres funkcji  $f_n$  oraz wykres jej pochodnej.

706. Na potrzeby tego zadania funkcję  $f$  nazwiemy **pikoróżniczkowalną** w punkcie  $x_0$ , jeżeli istnieje granica

$$f^\spadesuit(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h^2},$$

którą to granicę nazywać będziemy **pikopochodną** funkcji  $f$  w punkcie  $x_0$ .

Obliczyć pikopochodną funkcji  $f$  określonej wzorem

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

we wszystkich punktach jej pikoróżniczkowalności.

707. Wyprowadzić wzór na pochodną funkcji

$$f(x) = \frac{7 + \sin^4 x - \sin^2 x}{7 + \cos^4 x - \cos^2 x}.$$

Doprowadzić wzór na pochodną do możliwie najprostszej postaci.