

1. Dla podanej liczby naturalnej podać jej resztę z dzielenia przez 9.

- a) 1234000000111, reszta = **4**
- b) 1234000000222, reszta = **7**
- c) 1234000000404, reszta = **0**
- d) 1234000000799, reszta = **8**

2. Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej  $n$  liczba  $kn$  jest większa od liczby  $n$  o  $p\%$ . Dla podanej liczby  $k$  podać takie  $p$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $k = 100$ ,  $p = \mathbf{9900}$
- b)  $k = 50$ ,  $p = \mathbf{4900}$
- c)  $k = 20$ ,  $p = \mathbf{1900}$
- d)  $k = 10$ ,  $p = \mathbf{900}$

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 10% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli liczba dorosłych kobiet jest większa od liczby dorosłych mężczyzn

- a) o 20%? **10%**
- b) o 10%? **10%**
- c) o 40%? **10%**
- d) o 30%? **10%**

4. Dla podanych  $a, b$  zapisać w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych  $c$ , że istnieje trójkąt o bokach długości  $a, b, c$ .

- a)  $a = 10$ ,  $b = 37$ ,  $c \in (\mathbf{27}, \mathbf{47})$
- b)  $a = 3$ ,  $b = 4$ ,  $c \in (\mathbf{1}, \mathbf{7})$
- c)  $a = 5$ ,  $b = 10$ ,  $c \in (\mathbf{5}, \mathbf{15})$
- d)  $a = 7$ ,  $b = 20$ ,  $c \in (\mathbf{13}, \mathbf{27})$

5. Dla podanej liczby rzeczywistej  $x$  podać taką liczbę wymierną  $w$ , że  $x + w\sqrt{2}$  jest liczbą wymierną.

- a)  $x = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$ ,  $w = \mathbf{2}$
- b)  $x = \sqrt{(7 - 5\sqrt{2})^2}$ ,  $w = \mathbf{-5}$
- c)  $x = \sqrt{(5 - 4\sqrt{2})^2}$ ,  $w = \mathbf{-4}$
- d)  $x = \sqrt{(9 - 7\sqrt{2})^2}$ ,  $w = \mathbf{-7}$

6. Dla podanej liczby rzeczywistej  $x$  podać taką liczbę wymierną  $w$ , że  $x + w\sqrt{2}$  jest liczbą wymierną.

- a)  $x = \frac{1}{9 - 7\sqrt{2}}$ ,  $w = \mathbf{7/17}$
- b)  $x = \frac{1}{7 - 5\sqrt{2}}$ ,  $w = \mathbf{5}$
- c)  $x = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}$ ,  $w = \mathbf{-2}$
- d)  $x = \frac{1}{5 - 4\sqrt{2}}$ ,  $w = \mathbf{4/7}$

7. Podać największy wspólny dzielnik liczb.

- a)  $\text{NWD}(20!, 38) = \mathbf{38}$

- b)  $\text{NWD}(20!, 41) = \mathbf{1}$   
 c)  $\text{NWD}(20!, 121) = \mathbf{11}$   
 d)  $\text{NWD}(20!, 46) = \mathbf{2}$

**8.** Podać największy wspólny dzielnik liczb.

- a)  $\text{NWD}(4500, 4536) = \mathbf{36}$   
 b)  $\text{NWD}(4000, 4036) = \mathbf{4}$   
 c)  $\text{NWD}(3000, 3036) = \mathbf{12}$   
 d)  $\text{NWD}(2000, 2036) = \mathbf{4}$

**9.** Podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  (wyrażoną w stopniach) taką, że

- a)  $\sin \alpha = \sin 5\alpha, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$   
 b)  $\sin \alpha = \sin 3\alpha, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$   
 c)  $\sin \alpha = \sin 2\alpha, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$   
 d)  $\sin \alpha = \sin 4\alpha, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

**10.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a)  $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 \cdot (x-5)^5 > 0, \quad (\mathbf{1, 2}) \cup (\mathbf{2, 3}) \cup (\mathbf{5, +\infty})$   
 b)  $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 \cdot (x-4)^4 > 0, \quad (-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3, 4}) \cup (\mathbf{4, +\infty})$   
 c)  $(x-1) \cdot (x-2)^2 > 0, \quad (\mathbf{1, 2}) \cup (\mathbf{2, +\infty})$   
 d)  $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3)^3 > 0, \quad (-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{3, +\infty})$

**11.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

- a)  $|x-10| < 11, \quad (-\mathbf{1, 21})$   
 b)  $|x-4| < 2, \quad (\mathbf{2, 6})$   
 c)  $|x-6| > 5, \quad (-\infty, \mathbf{1}) \cup (\mathbf{11, +\infty})$   
 d)  $|x-8| > 8, \quad (-\infty, \mathbf{0}) \cup (\mathbf{16, +\infty})$

**12.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów). Uważać na kierunek nierówności.

- a)  $|\log_4 x| > 3, \quad (\mathbf{0, 1/64}) \cup (\mathbf{64, +\infty})$   
 b)  $|\log_3 x| < 4, \quad (\mathbf{1/81, 81})$   
 c)  $|\log_2 x| > 5, \quad (\mathbf{0, 1/32}) \cup (\mathbf{32, +\infty})$   
 d)  $|\log_5 x| < 2, \quad (\mathbf{1/25, 25})$

**13.** Dany jest 15-kąt foremny  $A_1 A_2 A_3 \dots A_{15}$ . Podać (w stopniach) miarę kąta.

- a)  $\sphericalangle A_1 A_3 A_{15} = \mathbf{12^\circ}$   
 b)  $\sphericalangle A_1 A_6 A_{15} = \mathbf{12^\circ}$   
 c)  $\sphericalangle A_1 A_2 A_{15} = \mathbf{12^\circ}$   
 d)  $\sphericalangle A_1 A_5 A_{15} = \mathbf{12^\circ}$

**14.** Dany jest 18-kąt foremny  $A_1 A_2 A_3 \dots A_{18}$  wpisany w okrąg o promieniu 1. Dla podanej liczby  $n$  podać zbiór **wszystkich** takich liczb  $k \in \{1, 2, 3, \dots, 18\}$ , że cięciwa  $A_n A_k$  ma długość 1.

- a)  $n = 18, \quad k \in \{\mathbf{3, 15}\}$   
 b)  $n = 1, \quad k \in \{\mathbf{4, 16}\}$   
 c)  $n = 10, \quad k \in \{\mathbf{7, 13}\}$   
 d)  $n = 2, \quad k \in \{\mathbf{5, 17}\}$

**15.** Zapisać rozwiązanie  $x$  podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

- a)  $\log_4 8 = \log_9 x$ ,  $x = \mathbf{27}$
- b)  $2 \cdot \log_x 8 = \log_3 27$ ,  $x = \mathbf{4}$
- c)  $\log_4 9 = \log_x 81$ ,  $x = \mathbf{16}$
- d)  $3 \cdot \log_{27} x = 2 \cdot \log_3 5$ ,  $x = \mathbf{25}$

**16.** Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

- a)  $\log_{(\sqrt{5}+2)}(\sqrt{5}-2) = \mathbf{-1}$
- b)  $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{3} = \mathbf{2/3}$
- c)  $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{2} = \mathbf{2/3}$
- d)  $\log_{(2-\sqrt{3})}(2+\sqrt{3}) = \mathbf{-1}$

**17.** Zapisać podaną liczbę w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

- a)  $\log_4 3 \cdot \log_9 8 = \mathbf{3/4}$
- b)  $\log_{27} 32 \cdot \log_8 81 = \mathbf{20/9}$
- c)  $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$
- d)  $\log_{25} 27 \cdot \log_3 5 = \mathbf{3/2}$

**18.** Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego  $n$ -wyrazowego  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  jest równa  $Aa_1 + Ba_2$ . Dla podanej liczby  $n$  podać takie liczby rzeczywiste  $A$  i  $B$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $n = 5$ ,  $A = \mathbf{-5}$ ,  $B = \mathbf{10}$
- b)  $n = 4$ ,  $A = \mathbf{-2}$ ,  $B = \mathbf{6}$
- c)  $n = 6$ ,  $A = \mathbf{-9}$ ,  $B = \mathbf{15}$
- d)  $n = 3$ ,  $A = \mathbf{0}$ ,  $B = \mathbf{3}$

**19.** Podać największą wartość funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zdefiniowanej podanym wzorem.

- a)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 36}$ ,  $\mathbf{1/11}$
- b)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 33}$ ,  $\mathbf{1/8}$
- c)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 30}$ ,  $\mathbf{1/5}$
- d)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 10x + 27}$ ,  $\mathbf{1/2}$

**20.** Rozważamy wszystkie pary liczb rzeczywistych  $x, y$  spełniających nierówność  $x^2 + y^2 \leq 2x$ . Podać największą możliwą wartość wyrażenia:

- a)  $x$ ,  $\mathbf{2}$
- b)  $y$ ,  $\mathbf{1}$
- c)  $x^2 + y^2$ ,  $\mathbf{4}$
- d)  $x + y$ ,  $\mathbf{1 + \sqrt{2}}$