153. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
154. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
155. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
156. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
157. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
158. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
159. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
160. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
161. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
162. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
163. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
164. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
165. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
166. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
167. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
168. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
169. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
170. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
171. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
172. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
173. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
174. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
175. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
176. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
177. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
178. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
179. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
180. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
181. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
182. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
183. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
184. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
185. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
186. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
187. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
188. a. **T** b. **T** c. **T** d. **N**
189. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
190. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
191. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
192. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**

193. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
194. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
195. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
196. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
197. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
198. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
199. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
200. a. **T** b. **T** c. **N** d. **T**
201. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
202. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
203. a. **N** b. **T** c. **T** d. **T**
204. a. **N** b. **N** c. **N** d. **N**
205. a. **N** b. **T** c. **N** d. **N**
206. a. **N** b. **N** c. **T** d. **T**
207. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
208. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**
209. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
210. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
211. a. **T** b. **N** c. **N** d. **T**
212. a. **T** b. **T** c. **T** d. **T**
213. a. **T** b. **T** c. **N** d. **N**
214. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
215. a. **T** b. **N** c. **N** d. **N**
216. a. **N** b. **T** c. **N** d. **T**
217. a. **T** b. **N** c. **T** d. **T**
218. a. **T** b. **N** c. **T** d. **N**
219. a. **N** b. **T** c. **T** d. **N**
220. a. **N** b. **N** c. **T** d. **N**

221. Obliczyć (znak [ ] oznacza część całkowitą)

a) $\left[\sqrt{90}+1\right]=10$;

b) $\left[\sqrt{80}+2\right]=10$;

c) $\left[\sqrt{70}+3\right]=11$;

d) $\left[\sqrt{60}+4\right]=11$.

222. Podać zbiór rozwiązań nierówności

a) $-1\leqslant x^2<25\Leftrightarrow x\in(-5,5)$;

b) $-1\leqslant x^3<27\Leftrightarrow x\in[-1,3)$;

c) $1\leqslant x^4<16\Leftrightarrow x\in(-2,-1]\cup[1,2)$;

d) $1\leqslant x^5<32\Leftrightarrow x\in[1,2)$.

223. Uprościć podane wyrażenia podając wynik w postaci liczby całkowitej

a) $\log_6 12 + 3 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = 8$;

b) $2 \cdot \log_6 12 + 4 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = 11$;

c) $\log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + 2 \cdot \log_6 24 = 13$;

d) $3 \cdot \log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = 14$.

224. Wskazać taką liczbę naturalną k, że

$$10^k < n < 10^{2k} .$$

a) $n = 3000!$, $k = 6000$ (akceptujemy też $k \in [4566, 9130]$) ;

b) $n = 6^{666}$, $k = 333$ (akceptujemy też $k \in [260, 518]$) ;

c) $n = 77^7$, $k = 7$ (akceptujemy też $k \in [7, 13]$) ;

d) $n = 2^{1200} \cdot (100!)^{10}$, $k = 1200$ (akceptujemy też $k \in [971, 1940]$) .

225. Dla podanych liczb a, b wskazać taką liczbę c, że liczby

$$\log_a 37, \ \log_b 37, \ \log_c 37$$

tworzą (w tej właśnie kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy.

a) $a = 64$, $b = 8$, $c = 4$;

b) $a = 4$, $b = 8$, $c = 64$;

c) $a = 2$, $b = 8$, $c = 1/8$;

d) $a = 64$, $b = 16$, $c = 8$.

226. Przyjmujemy oznaczenia jak w zadaniu poprzednim. Podać wartość podanej liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

a) $\prod_{i=2}^{7} \log_i (i+2) = 6$;

b) $\prod_{i=2}^{8} \log_i (i+2) = \mathbf{N}$;

c) $\prod_{i=3}^{7} \log_i (i+2) = 3$;

d) $\prod_{i=3}^{8} \log_i (i+2) = \mathbf{N}$.

227. Dla podanej liczby a podać taką liczbę b (w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego), aby spełniona była równość

$$\log_7 a + \log_7 b = \log_7 (a+b) .$$

a) $a = 5/2$, $b = 5/3$;

b) $a = 3$, $b = 3/2$;

c) $a = 7/2$, $b = 7/5$;

d) $a = 8/3$, $b = 8/5$.

228. Niech

$$A(n)=3^{3^{3^n}}$$

$$B(n)=\log_3 A(n)$$

$$C(n)=\log_{A(n)} A(n+1)$$

$$D(n)=\log_{C(n)} B(n)\,.$$

Zapisać podane liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

PRZYPOMNIENIE: Potęgowanie wykonujemy **od góry:** $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $D(9)=1/2$;

b) $D(27)=1/2$;

c) $D(81)=1/2$;

d) $D(243)=1/2$.

229. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y. Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

a) $\{x\}=\{3x\}$, $x=0{,}5$;

b) $\{x\}=\{4x\}$, $x=0{,}(3)$;

c) $\{2x\}=\{7x\}$, $x=0{,}2$;

d) $\{2x\}=\{13x\}$, $x=0{,}(09)$.

230. Dla podanych liczb rzeczywistych a, c podać taką liczbę rzeczywistą b, aby liczby $\log_8 a$, $\log_8 b$, $\log_8 c$ (w tej właśnie kolejności) tworzyły trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $a=2$, $c=8$, $b=4$;

b) $a=1$, $c=9$, $b=3$;

c) $a=3$, $c=5$, $b=\sqrt{15}$;

d) $a=8$, $c=18$, $b=12$.

231. Dla podanych liczb rzeczywistych a,c podać taką liczbę rzeczywistą b, aby liczby 8^a, 8^b, 8^c (w tej właśnie kolejności) tworzyły trójwyrazowy postęp geometryczny.

a) $a=2$, $c=8$, $b=5$;

b) $a=1$, $c=9$, $b=5$;

c) $a=3$, $c=5$, $b=4$;

d) $a=8$, $c=18$, $b=13$.

232. Dla podanej liczby rzeczywistej a podać taką liczbę rzeczywistą b, aby prawdziwa była równość $\log_4(a+b)=(\log_4 a)+\log_4 b$.

a) $a=2$, $b=2$;

b) $a=4$, $b=4/3$;

c) $a=3$, $b=3/2$;

d) $a=5/2$, $b=5/3$.

233. Suma dowolnego postępu arytmetycznego n-wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ jest równa $m\cdot a_k$. W każdym z podpunktów uzupełnij brakujące liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczby o żądanej własności nie istnieją.

a) $n=11$, $m=11$, $k=6$;

b) $n=9$, $m=9$, $k=5$;

c) $n=7$, $m=7$, $k=4$;

d) $n=$**NIE**, $m=8$, $k=$**NIE**.

234. Zapisać podany zbiór w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $\left\{x^2: 1<x<4\right\}=(1,16)$;

b) $\left\{x^2: -9<x<4\right\}=[0,81)$;

c) $\left\{x^3: -1<x<2\right\}=(-1,8)$;

d) $\left\{x^3: 1<|x|<2\right\}=(-8,-1)\cup(1,8)$.

235. Niech $\prod\limits_{i=m}^{n} a_i = a_m\cdot a_{m+1}\cdot a_{m+2}\cdot a_{m+3}\cdot\ldots\cdot a_{n-1}\cdot a_n$.

Zapisać wartość podanego iloczynu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

a) $\prod\limits_{i=1}^{4}\log_{(3i+1)}(3i+4)=2$;

b) $\prod\limits_{i=2}^{4}\log_{(3i+1)}(3i+4)=\mathbf{N}$;

c) $\prod\limits_{i=2}^{15}\log_{(3i+1)}(3i+4)=2$;

d) $\prod\limits_{i=2}^{16}\log_{(3i+1)}(3i+4)=\mathbf{N}$.

236. Dla podanych liczb a,b zapisać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_x y$, gdzie $x=\log_a b$ oraz $y=\log_b a$. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba ta jest niewymierna.

a) $a=2^{2^{2^4}}$, $b=2^{2^{2^6}}$, $\log_x y=-1$;

b) $a=2^{2^{2^7}}$, $b=2^{2^{2^{14}}}$, $\log_x y=-1$;

c) $a=2^{2^{2^9}}$, $b=2^{2^{2^{12}}}$, $\log_x y=-1$;

d) $a=2^{2^{2^{16}}}$, $b=2^{2^{2^{32}}}$, $\log_x y=-1$.

237. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b, aby spełniona była równość $1+(\log_5 a)+\log_5 b=\log_5 (2a^2+2b^2)$.

a) $a=2$, $b=4$ lub $b=1$;

b) $a=3$, $b=6$ lub $b=3/2$;

c) $a=4$, $b=8$ lub $b=2$;

d) $a=6$, $b=12$ lub $b=3$.

238. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę całkowitą dodatnią d, dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Dla dowolnych liczb całkowitych m,n, jeżeli iloczyn mn jest podzielny przez k, to co najmniej jedna z liczb m,n jest podzielna przez d.

a) $k=2^5\cdot 3^3$, $d=3^2=9$;

b) $k=3^5\cdot 5^3$, $d=3^3=27$;

c) $k=12^2$, $d=2^2=4$;

d) $k=12^3$, $d=3^2=9$.

239. Wiedząc, że $\binom{14}{4}=1001$, $\binom{14}{5}=2002$, $\binom{14}{6}=3003$, podać wartość współczynnika dwumianowego

a) $\binom{15}{5}=\mathbf{3003}$;

b) $\binom{15}{6}=\mathbf{5005}$;

c) $\binom{16}{6}=\mathbf{8008}$;

d) $\binom{15}{10}=\mathbf{3003}$.

240. Dla podanej liczby n przyjąć za podstawę logarytmu $a=\sqrt[n]{n}$, a następnie zapisać liczbę $\log_a 2$ w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego

a) $n=2$, $\log_a 2=\mathbf{2}$;

b) $n=4$, $\log_a 2=\mathbf{2}$;

c) $n=8$, $\log_a 2=\mathbf{8/3}$;

d) $n=16$, $\log_a 2=\mathbf{4}$.

241. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 10-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, trzeci i czwarty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, także wyrazy m-ty, n-ty i k-ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m=3$, $n=\mathbf{5}$, $k=\mathbf{6}$;

b) $m=\mathbf{3}$, $n=5$, $k=\mathbf{6}$;

c) $m=7$, $n=\mathbf{9}$, $k=\mathbf{10}$;

d) $m=\mathbf{7}$, $n=\mathbf{9}$, $k=10$.

242. Podać zbiór rozwiązań nierówności, zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów

a) $|x^2-5|<4$ ...... $(-3,-1)\cup(1,3)$;

b) $|x^2-9|<16$ ...... $(-5,5)$;

c) $|x^2-16|<9$ ...... $(-5,-\sqrt{7})\cup(\sqrt{7},5)$;

d) $|x^2-25|<24$ ...... $(-7,-1)\cup(1,7)$.

243. Podać zbiór rozwiązań nierówności, zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów

a) $(x-1)(x-2)(x-3)>0$ ...... $(1,2)\cup(3,+\infty)$;

b) $(x-1)(x-2)(x-3)^2>0$ ...... $(-\infty,1)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$;

c) $(x-1)(x-2)^2(x-3)>0$ ...... $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$;

d) $(x-1)^2(x-2)(x-3)>0$ ...... $(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(3,+\infty)$.

244. Na potrzeby tego zadania, dla liczby rzeczywistej $a>1$ zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem

$$S_a(x,y)=a^{\sqrt{\log_a x\cdot\log_a y}}.$$

Podać wartości następujących liczb w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego w przypadku liczb wymiernych. Wpisać literkę **N** w przypadku liczb niewymiernych.

a) $S_8(2,16)=$ **4**;

b) $S_9(2,16)=$ **4**;

c) $S_8(3,81)=$ **9**;

d) $S_9(3,81)=$ **9**.