

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k taką, że liczba n jest podzielna przez 125^k .

- a) $n = 20142014120142015^{11}$, $k = \dots\dots\dots$
- b) $n = 20142014120142025^{22}$, $k = \dots\dots\dots$
- c) $n = 20142014120142075^{33}$, $k = \dots\dots\dots$
- d) $n = 20142014120142080^{44}$, $k = \dots\dots\dots$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2017}$, $k = \dots\dots\dots$
- b) $n = 12^{2016}$, $k = \dots\dots\dots$
- c) $n = 12^{2015}$, $k = \dots\dots\dots$
- d) $n = 12^{2014}$, $k = \dots\dots\dots$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $\dots\dots\dots$
- b) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $\dots\dots\dots$
- c) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $\dots\dots\dots$
- d) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $\dots\dots\dots$

4. Podać największy wspólny dzielnik, gdzie $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ jest iloczynem liczb całkowitych dodatnich nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n .

a) $\text{NWD}(29!!, 30^2) = \dots\dots\dots$

b) $\text{NWD}(24!!, 25^2) = \dots\dots\dots$

c) $\text{NWD}(26!!, 27^2) = \dots\dots\dots$

d) $\text{NWD}(27!!, 28^2) = \dots\dots\dots$

5. Dany jest n -kąć foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

a) $n = 6, \quad \dots\dots\dots$

b) $n = 18, \quad \dots\dots\dots$

c) $n = 9, \quad \dots\dots\dots$

d) $n = 27, \quad \dots\dots\dots$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 7^3 \cdot 51, \quad k = \dots\dots\dots$

b) $n = 7^3 \cdot 47, \quad k = \dots\dots\dots$

c) $n = 3^5 \cdot 5^3, \quad k = \dots\dots\dots$

d) $n = 3^5 \cdot 8^3, \quad k = \dots\dots\dots$

7. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 11, \quad x = \dots\dots\dots$
- b) $n = 21, \quad x = \dots\dots\dots$
- c) $n = 124, \quad x = \dots\dots\dots$
- d) $n = 41, \quad x = \dots\dots\dots$

8. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 5, \quad n = \dots\dots\dots$
- b) $k = 4, \quad n = \dots\dots\dots$
- c) $k = 3, \quad n = \dots\dots\dots$
- d) $k = 2, \quad n = \dots\dots\dots$

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $\frac{n \cdot (a_k + a_{2k})}{2}$. Dla podanej liczby k wskazać takie n , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 10, \quad n = \dots\dots\dots$
- b) $k = 5, \quad n = \dots\dots\dots$
- c) $k = 3, \quad n = \dots\dots\dots$
- d) $k = 7, \quad n = \dots\dots\dots$

10. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6,
- b) 5, 7, 4,
- c) 5, 7, 5,
- d) 5, 7, 7,

11. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 6,
- b) 5, 7, 5,
- c) 5, 7, 7,
- d) 5, 7, 4,

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_3 x| - 1)^3 < 1$,
- b) $(|\log_3 x| - 2)^4 > 1$,
- c) $(|\log_3 x| - 2)^5 > 1$,
- d) $(|\log_3 x| - 1)^2 < 1$,