

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

**ANALIZA 1A, KOLOKWIUM nr 2, 21.10.2013, godz. 13.15-14.00**

Wykład: J. Wróblewski

**PODCZAS KOLOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW**

*Zadanie **3.** (10 punktów)*

W każdym z zadań **3.1.-3.6.** udziel czterech **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**. Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt. Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

**3.1.** O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  prawdziwe są implikacje  $T(n) \Rightarrow T(n+3)$  oraz  $T(n) \Rightarrow T(n+4)$ . Czy stąd wynika, że prawdziwa jest implikacja

- |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $T(100) \Rightarrow T(102)$ ..... | b) $T(200) \Rightarrow T(205)$ ..... |
| c) $T(300) \Rightarrow T(307)$ ..... | d) $T(400) \Rightarrow T(410)$ ..... |

**3.2.** O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że prawdziwe jest  $T(1)$ , a ponadto dla każdej liczby naturalnej  $n$  prawdziwe są implikacje  $T(n) \Rightarrow T(n+3)$  oraz  $T(n) \Rightarrow T(n+100)$ . Czy stąd wynika, że prawdziwe jest

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| a) $T(50)$ .....  | b) $T(100)$ ..... |
| c) $T(150)$ ..... | d) $T(240)$ ..... |

**3.3.** Czy podana liczba jest wymierna

- |   |   |
|---|---|
| a) $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$ .....   | b) $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2} + \sqrt{11}$ ..... |
| c) $\sqrt{(4-\sqrt{13})^2} + \sqrt{13}$ ..... | d) $\sqrt{(5-\sqrt{29})^2} + \sqrt{29}$ ..... |

**3.4.** Czy dla dowolnej liczby naturalnej  $n > 10$  prawdziwa jest równość

- |   |  |
|---|--|
| a) $\binom{n}{1} = n$ .....                           | b) $\binom{n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$ ..... |
| c) $\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3}$ .....       |  |
| d) $\binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$ ..... |  |

3.5. Czy równość  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = 2 \cdot \binom{n+1}{k}$  jest prawdziwa dla

a)  $n = 10, k = 3$  ..... b)  $n = 20, k = 7$  .....

c)  $n = 30, k = 10$  ..... d)  $n = 40, k = 13$  .....

3.6. Czy równość  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = 3 \cdot \binom{n+1}{k}$  jest prawdziwa dla

a)  $n = 40, k = 10$  ..... b)  $n = 81, k = 20$  .....

c)  $n = 122, k = 30$  ..... d)  $n = 163, k = 40$  .....

Za poprawne rozwiązanie **obydwu** zadań 3.5. i 3.6. otrzymasz **dotatkowy punkt**.

3.7. (3 punkty) Przy każdej z dziewięciu poniższych implikacji w miejscu kropek postaw jedną z liter **P, F, N**:

**P** - jest **Prawdą** (tzn. implikacja musi być prawdziwa)

**F** - jest **Fałszem** (tzn. implikacja musi być fałszywa)

**N** - implikacja może być prawdziwa lub fałszywa (tzn. Nie wiadomo, czasem bywa prawdziwa, a czasem fałszywa)

Za podanie  $n$  poprawnych odpowiedzi otrzymasz  $\max(0, n - 6)$  punktów.

O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  implikacja  $T(2^n) \Rightarrow T(3^n)$  jest **fałszywa**. Co stąd wynika o implikacji:

a)  $T(3) \Rightarrow T(4)$  ..... b)  $T(4) \Rightarrow T(5)$  .....

c)  $T(7) \Rightarrow T(8)$  ..... d)  $T(8) \Rightarrow T(9)$  .....

e)  $T(8) \Rightarrow T(16)$  ..... f)  $T(9) \Rightarrow T(10)$  .....

g)  $T(9) \Rightarrow T(27)$  ..... h)  $T(12) \Rightarrow T(18)$  .....

i)  $T(25) \Rightarrow T(27)$  .....