

Imię i nazwisko

1	2	3	4	5	6	T	Suma
9	9	9	9	9	9	9	63

KOŁOKWIUM 2 WRAiT2, 1.06.2018

1. Wyznaczyć promień zbieżności i koło zbieżności podanych szeregów potęgowych oraz zbadać zachowanie na brzegu koła zbieżności:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{(3-4i)^n} (z+2i)^n,$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2i}{n^5} z^{n^2}.$

2. Funkcję $f(z) = (z+2i)e^{\frac{1}{z-i}}$ rozwinąć w szereg Laurenta w pierścieniu $P(i, 0, R)$. Wypisać współczynniki rozwinięcia, określić charakter osobliwości punktu i i jego residuum.

3. Obliczyć całkę

$$\int_{|z|=\frac{3}{2}\pi} \frac{3idz}{z(e^{2z}-1)}.$$

4. Wyznaczyć maksimum i minimum modułu funkcji $f(z) = z^2 - 3iz$ na zbiorze $K = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2\}$.

5. Stwierdzić, czy podane elementy a należą do przestrzeni X . Jeśli tak, to sprawdzić, czy należą do (otwartej) kuli jednostkowej $K(0, 1)$ w przestrzeni X .

(a) $a = ((\frac{i}{2})^n)_{n=1}^{\infty}, X = (\ell^2, \|\cdot\|_2);$

(b) $a = (\frac{1}{\sqrt{n}})_{n=1}^{\infty}, X = (\ell^1, \|\cdot\|_1);$

(c) $a = (\frac{1}{\sqrt{n}})_{n=1}^{\infty}, X = (c, \|\cdot\|_{\infty});$

6. Sprawdzić, czy dla normy w \mathbb{C}^3 danej wzorem

$$\|(z_1, z_2, z_3)\| = |z_1| + |z_2| + |z_3|$$

istnieje iloczyn skalarny $\langle \cdot, - \rangle$ taki, że $\|z\| = \sqrt{\langle z, z \rangle}$.