Imię i nazwisko

1	2	3	4	5	Suma
10	10	10	10	10	50

KOLOKWIUM 1 WRAiT2, 13.04.2018

1. Stwierdzić, czy poniższe zdania są prawdziwe. Odpowiedź krótko uzasadnić.
   (a) Część rzeczywista dowolnej funkcji holomorficznej spełnia równanie $u_{xx} + u_{yy} = 0$.
   (b) Funkcja $f(z) = \log_0(z)$ jest holomorficzna w punkcie $z = 1$.
   (c) Dla każdej liczby $z \in \mathbb{C}$ zachodzi $\mathrm{Im}(e^{\bar{z}}) = \mathrm{Im}(e^z)$.
   (d) Obrazem okręgu $|z| = 2$ przez funkcję $f(z) = \frac{3z+i}{z-1}$ jest odcinek $[-i, i]$.
   (e) Jeśli dla pewnej funkcji $f : D \to \mathbb{C}$ i pewnej krzywej $\gamma : [a, b] \to D$ zachodzi $\int_\gamma f(z)dz = 0$, to f jest holomorficzna w D.

2. Wyznaczyć wszystkie punkty, w których istnieje pochodna zespolona funkcji $f(z) = e^{\bar{z}}$. Określić obszar holomorficzności f.

3. Znaleźć wszystkie liczby zespolone spełniające podane równania:
   (a) $\mathrm{Log}(z^2) = 1 + i\pi$,
   (b) $\mathrm{tg} z = 2i$.

4. Obliczyć całkę krzywoliniową
$$\int_\gamma z \sin(iz^2 + 1)\mathrm{d}z$$
   po łamanej $\gamma = [-1, 0] \cup [0, -i] \cup [-i, 1 - i]$.

5. Znaleźć wszystkie wartości, które może przyjąć całka
$$\int_\gamma \frac{\sin z}{z^2(z + 4i)}\mathrm{d}z,$$
   jeśli zakładamy, że γ może być dowolną krzywą regularną, zamkniętą, zorientowaną dodatnio, która nie przechodzi przez zera mianownika.