Imię i nazwisko

1	2	3	4	5	Suma
10	10	10	10	10	50

KOLOKWIUM 1 WRAiT2, 13.04.2017 GRUPA A

1. Stwierdzić, czy poniższe zdania są prawdziwe. Odpowiedź krótko uzasadnić.
   (a) Moduł funkcji holomorficznej na obszarze D jest holomorficzny na D.
   (b) Nie istnieje $z \in \mathbb{C}$ taka, że $\mathrm{Log}(z) = 3\pi i$.
   (c) Dla każdej liczby $z \in \mathbb{C}$ zachodzi $e^{\bar{z}} = \overline{e^z}$.
   (d) Jeśli γ jest dowolną krzywą regularną zamkniętą, to $\int_\gamma \bar{z}\mathrm{d}z = 0$.
   (e) Jeśli funkcje f i $\bar{f}$ są holomorficzne w obszarze D, to f jest stała na D.

2. Na jakim zbiorze funkcja
$$f(z) = 5\mathrm{Im}(z^2) + 3i\mathrm{Re}(z^2)$$
   (a) jest ciągła; (b) ma pochodną w punkcie; (c) jest holomorficzna?

3. Wyznaczyć maksymalny obszar, na którym funkcja $f(z) = \mathrm{Log}(z^2 - \sqrt{3}z)$ jest holomorficzna. Obliczyć $f(i)$.

4. Obliczyć całkę krzywoliniową
$$\int_\gamma (2\bar{z} - z^2 + i)\mathrm{d}z$$
   po łamanej $\gamma = [1, 1+i] \cup [1+i, i]$.

5. Obliczyć całkę
$$\int_\gamma \frac{e^{-z}\sin z}{(z-3i)^2}\mathrm{d}z,$$
   (a) gdy γ jest okręgiem o środku w punkcie 3 i promieniu 2,
   (b) gdy γ jest kwadratem o wierzchołkach 0, 1, $1+i$ i i.