
Lista 8: Całki nieoznaczone 1

Matematyka dla chemii ogólnej, 2016

1. Znaleźć funkcję $y = f(x)$ spełniającą poniższe równanie i warunek początkowy:

(a) $y' = x^2 - 1$, $y(-1) = 2$, (b) $y' = \frac{x^3 - x + 1}{\sqrt{x}}$, $y(1) = 0$, (c) $y' = 3^x$, $y(0) = -1$.

2. Całkując przez części obliczyć następujące całki nieoznaczone:

(1) $\int x \sin x \, dx$, (2) $\int e^x \sin x \, dx$, (3) $\int \sin x \cos x \, dx$, (4) $\int \operatorname{arctg} x \, dx$,
(5) $\int x \ln x \, dx$, (6) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$, (7) $\int x^2 e^x \, dx$, (8) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} \, dx$,
(9) $\int \ln^2 x \, dx$, (10) $\int \frac{x}{\sin^2 x} \, dx$, (11) $\int \cos^2 x \, dx$, (12) $\int \ln(x^2 + 1) \, dx$.

3. Korzystając z podanego podstawienia oraz wzoru na całkowanie przez podstawienie, obliczyć całki:

(1) $\int x e^{x^2+4} \, dx$ ($y = x^2 + 4$), (2) $\int \sin(2x - 3) \, dx$ ($y = 2x - 3$),
(3) $\int x \sqrt{4 + x^2} \, dx$ ($y = 4 + x^2$), (4) $\int x \sqrt{9 - x^2} \, dx$ ($y = \sqrt{9 - x^2}$),
(5) $\int \frac{x^2}{4 - x^6} \, dx$ ($y = x^3$), (6) $\int \frac{e^x}{2e^x + 5} \, dx$ ($y = e^x$),
(7) $\int e^{\sqrt{x}} \, dx$ ($y = \sqrt{x}$), (8) $\int \sin^3 x \cos x \, dx$ ($y = \sin x$),
(9) $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx$ ($y = \operatorname{tg} x$), (10) $\int \frac{1}{x \ln x} \, dx$ ($y = \ln x$),
(11) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{1 + x^2}} \, dx$ ($y = \sqrt[3]{1 + x^2}$), (12) $\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 2} \, dx$ ($y = x^2 + x + 2$).