

| |
|------------------------|
| Imię i nazwisko |
| |

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Suma |
| | | | | | |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 50 |

KOŁOKWIUM 2 – GRUPA A
 Matematyka dla chemii ogólnej, 15.12.2016

UWAGA! Do wykonywania poniższych zadań nie wolno używać kalkulatorów.

1. Oceń wartość logiczną poniższych zdań (prawda/fałsz). Odpowiedź uzasadnić (powołać się na twierdzenie lub własność z wykładu lub podać kontrprzykład).

- (a) Funkcja $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ jest ciągła na \mathbb{R} .
- (b) Równanie $x^8 + \sqrt{x + 3} - 2 = 0$ ma przynajmniej jeden pierwiastek w przedziale $(0, 1)$.
- (c) Każda funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna.
- (d) Jeśli $f'(x_0) = 0$, to funkcja f ma w x_0 maksimum.

2. Obliczyć granice

- (a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n})$,
- (b) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [\ln(x^2 - 4x + 3) - \ln(x - 3)]$.

3. Obliczyć (i uprościć) pochodne:

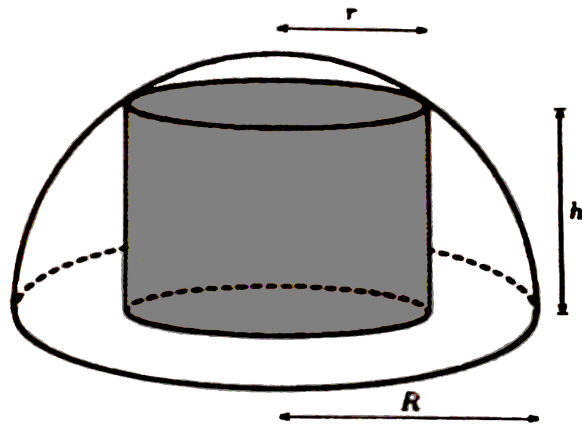
- (a) $(e^x \cos x + \sin x - 12)'$,
- (b) $\left[\arctg \left(\frac{x + 3}{x - 1} \right) \right]'$.

4. Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 3}.$$

Wyznaczyć dziedzinę, własności globalne (miejsca zerowe, ciągłość, różniczkowalność, parzystość), asymptoty, przedziały monotoniczności i ekstrema. Naszkicować wykres.

5. Pole siłowe chroniące stację badawczą na Marsie ma kształt półsfery o promieniu $R = 50m$. Znaleźć wymiary stacji w kształcie walca (wysokość h i promień podstawy r) o największej objętości, którą można chronić tym polem.



- (a) (5pkt) Sprowadzić problem do znalezienia największej wartości funkcji $V(h) = \pi R^2 h - \pi h^3$, $h \in [0, R]$.
- (b) (5pkt) Znaleźć największą wartości funkcji $V(h) = \pi R^2 h - \pi h^3$, $h \in [0, R]$.