

Streszczenie

Niniejsza rozprawa przedstawia wszechstronną analizę matematyczną i numeryczną nieliniowych modeli dynamiki populacji, uwzględniających nielocalne rozprzestrzenianie się (dyspersję) w ograniczonych dziedzinach przestrzennych. Motywowane złożoną dynamiką ekosystemów pól suchych, taką jak formowanie się wzorów roślinności i nagłe pustynnienie, badania zastępują klasyczną dyfuzję lokalną (operator Laplace’a) nielokalnymi operatorami całkowymi. Praca rozpatruje zarówno skalarne równania reakcji-dyspersji, jak i hybrydowe układy reakcji-dyfuzji-dyspersji, na przykładach nielokalnego sformułowania modelu Logistycznego z efektem Allogo oraz Klausmeiera-Graya-Scotta, z uwzględnieniem warunków brzegowych odpowiadających środowisku zamkniętemu (typu Neumanna) i otoczonego niebezpiecznym obszarem (typu Dirichleta).

Wkład autora został podzielony na trzy główne obszary: analizę teoretyczną, metody numeryczne oraz biologię teoretyczną.

W dziedzinie analizy funkcjonalnej rozprawa ustanawia rygorystyczną teorię spektralną dla nielokalnych operatorów dyspersji. Zapewnia jawną charakteryzację widma ciągłego, dowodzi istnienia ściśle dodatniej przerwy spektralnej przy określonych założeniach geometrycznych i założeniach dotyczących jądra całkowego, a także formułuje dokładną charakteryzację typu max-min dla widma dyskretnego i głównej wartości własnej dla obu rodzajów warunków brzegowych. Opierając się na tych podstawach spektralnych, w pracy zbadano niezależne od czasu problemy stacjonarne, ustalając kryteria istnienia i jednoznaczności przestrzennie niejednorodnych stanów stacjonarnych. Rygorystycznie udowodniono powstawanie nieciągłych wzorów przestrzennych w reżimach silnie nielokalnej dyspersji oraz wykorzystano teorię bifurkacji do konstrukcji ciągłych rozwiązań. Ponadto wykazano poprawność sformułowania (ang. *well-posedness*), istnienie rozwiązań globalnych w czasie oraz ciągłą zależność od warunków początkowych dla powiązanych ewolucyjnych problemów Cauchy’ego. Konstruując obszary niezmiennicze, autor podał ostre warunki analityczne dla długookresowego zachowania asymptotycznego populacji, rozróżniając wykładnicze wymieranie od jednostajnego przetrwania (persystencji).

Aby przezwyciężyć trudności obliczeniowe związane z gęstymi macierzami splotu, które nieodłącznie wynikają z nielokalnych operatorów, opracowano wysoce wydajny pseudospektralny schemat numeryczny. Metoda ta wykorzystuje rozwinięcia w wielomianach ortogonalnych (takich jak wielomiany Legendre’a), co drastycznie zmniejsza złożoność obliczeniową i umożliwia przeprowadzanie symulacji w wysokiej rozdzielczości w 1D i 2D. Rozprawa zawiera rygorystyczną analizę zbieżności, ustanawiającą dokładne oszacowania błędów dla aproksymacji ciągłego operatora splotu, lokalnych funkcji multiplikatywnych oraz błędów całkowania w czasie.

Ostatecznie, ramy matematyczne i numeryczne zostały zastosowane do

kluczowych pytań ekologicznych. Badanie formalnie tłumaczy zasady biologiczne na język matematyki poprzez zdefiniowanie Krytycznego Rozmiaru Płata (ang. *Critical Patch Size*) oraz Krytycznego Progu Agregacji (ang. *Critical Aggregation Threshold*) dla modeli nielokalnych. Szeroko zakrojona numeryczna analiza kontynuacji i bifurkacji dowodzi, że ekosystemy zdominowane przez długozasięgowe jądra dyspersji o grubych ogonach wykazują znacznie większą odporność, zdolność do przetrwania w mniejszych i bardziej pofragmentowanych siedliskach w porównaniu do tych opartych na lokalnej dyfuzji. Badania odkrywają również unikalne morfologie przestrzenne indukowane przez interakcje nielocalne, w szczególności zjawiska „spadku brzegowego” (ang. *boundary drop-off*) i „grzbietu brzegowego” (ang. *boundary ridge*), które są całkowicie nieobecne w klasycznych, lokalnych modelach reakcji-dyfuzji, co dostarcza głębokiego wglądu w strukturalną samoorganizację gatunków w pofragmentowanych środowiskach.