

Streszczenie

Rozprawa dotyczy problemów statystyki wielowymiarowej związanych z estymacją macierzy kowariancji, gdzie obserwowane wektory zmiennych losowych mogą być w naturalny sposób podzielone na grupy, a struktura zależności zarówno wewnątrz tych grup, jak i pomiędzy nimi, znajduje odzwierciedlenie w blokowej strukturze macierzy kowariancji. Wprowadzenie założeń strukturalnych istotnie zmniejsza liczbę nieznanymi parametrów oraz prowadzi do bardziej stabilnych i efektywnych obliczeniowo estymatorów, zwłaszcza w eksperymentach wysoko-wymiarowych, gdy standardowe metody estymacji zawodzą.

W pracy rozważane są macierze kowariancji o strukturze blokowej podzielone na cztery podbloki, z kwadratowymi, symetrycznymi blokami diagonalnymi oraz prostokątnymi blokami pozadiagonalnymi. Pierwsza część rozprawy dotyczy identyfikacji blokowych struktur kowariancyjnych przy wykorzystaniu entropijnej funkcji straty jako kryterium rozbieżności. Rozważane są macierze kowariancji o strukturze blokowej z blokami pozadiagonalnymi odpowiadającymi strukturze kompletnej symetrii oraz strukturze autoregresji pierwszego rzędu.

Głównym celem rozprawy jest zaproponowanie dodatnio określonych i dobrze uwarunkowanych estymatorów zachowujących założoną strukturę blokową, przy jednoczesnym zachowaniu efektywności obliczeniowej oraz pożądanych własności statystycznych. W pracy zaproponowana została estymacja wspomnianych struktur kowariancyjnych z wykorzystaniem klasycznej metody największej wiarygodności oraz metody najmniejszych kwadratów. W celu zapewnienia dodatniej określoności estymatora najmniejszych kwadratów, zaproponowano jego regularyzację przez zaadaptowanie metody kurczenia do macierzy o zadanej strukturze. Wprowadzoną metodologię rozszerzono następnie na macierze kowariancji o ustrukturyzowanych blokach diagonalnych. Wykazano, że optymalnym wyborem macierzy celu w metodzie kurczenia jest rzut na podprzestrzeń kwadratową przestrzeni struktur macierzy kowariancji. W konsekwencji szczególną uwagę poświęcono przestrzeniom kwadratowym macierzy podzielonych – podano ogólną charakterystykę przestrzeni kwadratowych, wyprowadzono postać rzutu na dowolną podprzestrzeń kwadratową oraz przedstawiono metody konstrukcji niezerowych bloków pozadiagonalnych zachowujących kwadratowość podprzestrzeni. Za pomocą badań symulacyjnych przeprowadzonych w środowisku R porównano wszystkie rozważane w pracy estymatory ze względu na własności statystyczne, uwarunkowanie oraz złożoność obliczeniową.

Melwina Krawiec