Streszczenie

Rozprawa jest poświęcona własnościom przestrzeni Banacha funkcji ciągłych o wartościach rzeczywistych na przestrzeniach zwartych. Rozważane przestrzenie zwarte są w naszym kontekście zazwyczaj liniowo uporządkowane, są to tzw. zwarte proste. Większość pytań formułowana jest w języku analizy funkcjonalnej, jednak ich rozwiązanie wymaga zazwyczaj stosowania topologii, teorii mnogości oraz teorii miary. W pracy analizujemy zarówno klasyczne, lecz wciąż aktywnie badane problemy, jak i takie postawione stosunkowo niedawno.

Rozpoczynamy od Rozdziału 3, w którym badamy własności operatorów rozszerzeń $E : C(K) \to C(L)$ dla pewnych par przestrzeni zwartych $K \subseteq L$. Jest to powiązane z problemem dotyczącym istnienia pewnych krótkich ciągów dokładnych, co wpisuje się w nurt stosowania metod homologicznych w teorii przestrzeni Banacha. W związku z tym wprowadzamy obiekt kombinatoryczny podobny do luk i dowodzimy niektórych jego własności, ukazując w ten sposób pewne strukturalne aspekty ciągów miar na liniach zwartych.

W Rozdziale 4 definiujemy nowy wymiar przestrzeni Banacha, który w konkretnym przypadku rozróżnia przestrzenie funkcji ciągłych na iloczynach niemetryzowalnych zwartych prostych o różnej liczbie czynników. Kontrastuje to z przypadkiem metryzowalnym, gdzie klasyczne twierdzenie Miljutina mówi, że każde dwie przestrzenie funkcji ciągłych na nieprzeliczalnych przestrzeniach zwartych metryzowalnych są izomorficzne.

Rozprawę zamyka Rozdział 5, w którym przedstawiamy oszacowania odległości Banacha-Mazura między pewnymi klasycznymi przestrzeniami funkcji ciągłych. Z jednej strony staramy się odpowiedzieć na pytania postawione przez Bessagę i Pełczyńskiego [**12**] o odległości w przypadku, gdy rozważane przestrzenie zwarte są przeliczalne, a z drugiej badamy odległość pomiędzy klasycznymi przestrzeniami ℓ_∞ i $L_\infty[0, 1]$, co otwiera kilka interesujących kierunków badawczych.

Słowa kluczowe: przestrzeń funkcji ciągłych, zwarta prosta, operator rozszerzenia, prawie łańcuch, aksjomat Martina, przestrzenie Banacha nieizomorficzne z ich kwadratem, odległość Banacha-Mazura, przestrzeń iniektywna