

Streszczenie

Niniejsza rozprawa doktorska dotyczy kombinatorycznych przestrzeni Banacha, tj. przestrzeni Banacha, indukowanych w określony sposób przez rodziny $\mathcal{F}$ skończonych podzbiorów $\mathbb{N}$ (lub innego zbioru przeliczalnego). Przestrzenie te są oznaczane symbolem $X_{\mathcal{F}}$. Praca składa się z czterech części.

W pierwszej części wprowadzamy niezbędne pojęcia oraz twierdzenia, z których korzystamy w dalszej części pracy.

W części drugiej wprowadzamy różne przykłady przestrzeni. Badamy, jak poszczególne kombinatoryczne własności rodzin wpływają na indukowane przez nie przestrzenie. Szczególną uwagę poświęcamy przestrzeniom związanym z rodzinami niezwartymi, na których temat literatura jest raczej uboga. Podajemy m.in. przykład przestrzeni ℓ_1 -nasyconej, która nie ma własności Schura, a także podajemy prezentację uniwersalnej przestrzeni Pełczyńskiego jako przestrzeni kombinatorycznej.

W części trzeciej zajmujemy się przestrzeniami dualnymi do przestrzeni kombinatorycznych, generowanych przez rodziny zwarte $\mathcal{F}$. Próbuje znaleźć wygodny w użyciu, równoważny opis normy na przestrzeni dualnej. W tym celu definiujemy przestrzeń quasi-Banacha $X^{\mathcal{F}}$, która, jak się okazuje, ma wiele wspólnych własności z $X_{\mathcal{F}}^*$. W szczególności pokazujemy, że ta przestrzeń quasi-Banacha jest kolejnym przykładem przestrzeni ℓ_1 -nasyconej bez własności Schura. Ponadto, pokazujemy, że powłoka Banacha przestrzeni $X^{\mathcal{F}}$ jest izometrycznie izomorficzna z $X_{\mathcal{F}}^*$.

W części czwartej zajmujemy się tematyką punktów ekstremalnych kuli jednostkowej w przestrzeniach kombinatorycznych, a także w przestrzeniach z nimi związanymi. Podajemy charakteryzację punktów ekstremalnych w konkretnych przypadkach. Ponadto, podejmujemy tematykę punktów ekstremalnych w przestrzeniach indukowanych przez grafy.