

ASYMPTOTYKI FUNKCJONAŁÓW PROCESÓW GAUSSOWSKICH I LÉVY'EGO Z UWZGLĘDNIENIEM MODELI RYZYKA I KOLEJEK

KRZYSZTOF KĘPCZYŃSKI

Streszczenie: Badania właściwości rozkładów ekstremów procesów stochastycznych przyciągają coraz większą uwagę w najnowszej literaturze. Zainteresowanie to wynika zarówno z aspektów teoretycznych teorii wartości ekstremalnych, jak i z licznych zastosowań w matematyce stosowanej, zwłaszcza w finansach, teorii ryzyka, fizyce oraz teorii kolejek. Współczesne prace koncentrują się na asymptotycznym zachowaniu ogólnych funkcjonałów procesów stochastycznych - często o strukturze wielowymiarowej - oraz na badaniu ekstremów w losowych horyzontach czasowych.

Analizowane problemy można ogólnie sformułować jako badanie

$$\mathbb{P}\{\Theta(\{X(t) : t \in E\}) \in K_u\},$$

gdzie $\{X(t) : t \in \mathbb{R}^d\}$ jest procesem lub polem stochastycznym, $E \subset \mathbb{R}^d$, $\Theta(\cdot)$ jest funkcjonałem o wartościach w $\mathbb{R}^q$, oraz gdzie $K_u \subset \mathbb{R}^q$ jest rodziną zbiorów zależnych od u (zwykle $K_u = [u, \infty)$) prowadzących do zdarzeń rzadkich, dla których powyższe prawdopodobieństwo dąży do zera, gdy u dąży do nieskończoności.

Analiza asymptotycznego zachowania takich prawdopodobieństw wymaga odmiennych technik w zależności od klasy procesów. Badanie procesów gaussowskich opiera się na technikach inspirowanych lematem Pickandsa, metodzie podwójnej sumy oraz nierówności Borell-TIS, a także nierównościami porównawczymi (Slepiana, Gordona, Sudakova-Fernique'a). Natomiast w przypadku procesów Lévy'ego wykorzystuje się m.in. teorię Dooba, czasy zatrzymania, własność Markowa, technikę wykładniczej zamiany miary i faktoryzację Wienera-Hopfa. W trakcie wystąpienia zostaną zaprezentowane wyniki z rozprawy doktorskiej autora, obejmujące wybrane problemy związane z modelami ryzyka i kolejek. Przedstawione zostaną nowe techniki analityczne, w tym uogólnienie lematu Breimana, oraz rozwinięcia klasycznych metod dowodowych stosowanych w różnych problemach teorii wartości ekstremalnych. W szczególności omówione zostaną

- (1) Asymptotyczne zachowanie prawdopodobieństwa skumulowanej paryskiej ruiny dla skorelowanego ruchu Browna z dryfem w reżimie wielu źródeł,
- (2) Asymptotyka prawdopodobieństwa przepełnienia bufora dla stacjonarnych kolejek gaussowskich zasilanych ułamkowym ruchem Browna w losowym horyzoncie czasowym,
- (3) Asymptotyka ogona dla szerokiej klasy funkcjonałów stacjonarnych kolejek Lévy z lekkoogonowym wejściem; dowód opiera się na słynnym lemacie Breimana,

- (4) Rozszerzenie lematu Breimana na iloczyny macierzy losowych i wektorów losowych indeksowanych przez u (i ewentualnie dodatkowo przez parametr τ_u), wraz z jego zastosowaniami do wyprowadzenia asymptotyki dla wybranych modeli gaussowskich. Otrzymane rezultaty obejmują rozszerzenia klasycznych lematów Pickandsa i Piterbarga, a także jednostajnego lematu Pickandsa dla funkcjonałów pól gaussowskich. Uzyskane uogólnienia dotyczą szerokiej klasy zbiorów postaci $u + \frac{1}{u} \log(K)$, podczas gdy dotychczasowe wyniki w literaturze ograniczały się do szczególnego przypadku $K = [1, \infty)$.

Wyniki te rozszerzają znane w literaturze rezultaty na szersze klasy funkcjonałów i zbiorów oraz dostarczają nowych narzędzi dowodowych przydatnych w badaniu problemów teorii ekstremów procesów stochastycznych.

KRZYSZTOF KĘPCZYŃSKI, MATHEMATICAL INSTITUTE, UNIVERSITY OF WROCLAW, PL. GRUNWALDZKI 2/4, 50-384 WROCLAW, POLAND

Email address: Krzysztof.Kepczynski@math.uni.wroc.pl