

V UNIWERSYTECKI OBÓZ OLIMPIADY MATEMATYCZNEJ

(Nie)wymierność

Tutaj może wprowadzenie.

1. Rozwiąż równanie $x + 3\sqrt{5} = 4 - y\sqrt{5}$ w liczbach wymiernych x, y .
2. Rozwiąż równanie $4 + x\sqrt{3} = y + z\sqrt{2}$ w liczbach wymiernych x, y, z .
3. Udowodnij, że wszystkie pierwiastki równania $x^3 = x + 1$ są niewymierne.
4. Rozwiązać w liczbach wymiernych równanie $x^{11} + 11^{10} = x^{10} + 11^{11}$
5. Udowodnij, że liczba $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5}}}}}$ jest niewymierna.
6. Niech x, y będą liczbami wymiernymi. Udowodnij, że jeśli xy oraz $(x - y)^2$ są liczbami całkowitymi, to x, y również są całkowite.
7. Znajdź wszystkie trójki (x, y, z) liczb wymiernych spełniające $x^2 + y = y^2 + z = z^2 + x = 3$.
8. Rozwiąż w liczbach wymiernych równanie $5^{x-1} = x$.
9. Rozwiąż w liczbach wymiernych równanie $2^x = x^2 + \frac{5}{2}x + 1$.
10. Udowodnij, że liczba $\log_2(3)$ jest niewymierna.