

---

# IV Uniwersytecki Obóz Olimpiady Matematycznej

Bardo, 26-30 października 2019

## Liga zadaniowa - dzień 1.

---

1. Wyznacz wszystkie trójki liczb pierwszych  $p, q, r$  takich, że

$$\begin{cases} q = p^2 + 6 \\ r = q^2 + 6. \end{cases}$$

2. Pokaż, że w dowolnym czworokącie wypukłym o powierzchni jeden suma długości wszystkich boków i przekątnych jest niemniejsza niż  $4 + 2\sqrt{2}$ .
3. Niech  $x$  będzie rzeczywistym rozwiązaniem równania  $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ . Pokaż, że  $x$  oraz  $x^2$  są niewymierne.
4. Znaleźć wszystkie ciągi arytmetyczne długości 7, złożone z liczb pierwszych mniejszych od 1000.
5. Rozstrzygnąć, czy istnieje taka liczba naturalna  $n$ , że ze zbioru

$$\{0, 1, 2, 3, \dots, \frac{1}{2}(3^n - 1)\}$$

można wybrać  $2^n + 1$ -elementowy zbiór nie zawierający żadnego trójwyrazowego postępu arytmetycznego.