

III UNIWERSYTECKI OBÓZ OLIMPIADY MATEMATYCZNEJ

Liga zadaniowa - dzień 4.

1. Znajdź ostatnią cyfrę liczby

$$\lfloor (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{2018} \rfloor$$

2. Dany jest niepusty zbiór kół rozłącznych wewnątrz na płaszczyźnie taki, że każde koło jest styczne do dokładnie sześciu innych z tego zbioru. Udowodnij, że jest ich nieskończenie wiele.
3. Rozwiąż w liczbach całkowitych x i y równanie

$$6(x! + 3) = y^2 + 5.$$

4. Która z podanych liczb jest większa:

$$\left. \frac{1}{3}^{\frac{1}{2}} \right\}^n \quad \text{czy} \quad \left. \frac{1}{2}^{\frac{1}{3}} \right\}^n \quad ?$$

5. Niech punkty K i L będą środkami odpowiednio łuków AB i AC okręgu opisanego na trójkącie ABC niezawierających punktów C i B , odpowiednio. Udowodnić, że prosta KL jest symetralną odcinka AI , gdzie I jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC .