

Równania diofantyczne

Katarzyna Miernikiewicz

Bardo Śląskie, 13-17 listopada 2017

1. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie

$$n^2 + m^2 = 3l^2$$

2. Rozwiąż w liczbach całkowitych dodatnich równanie

$$m^2 + 10m + 4 = n^2$$

3. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie

$$3^n + 16 = m^2$$

4. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4)(z^2 + 16) = 64xyz$$

5. Dla jakich $n \in \mathbb{N}$ równanie

$$x^{n+1} + 64 = x^n + 64x$$

ma dokładnie 3 rozwiązania całkowite?

6. Rozwiąż w liczbach wymiernych dodatnich równanie

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

7. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie

$$1! + 2! + 3! + \dots + = y^2$$

8. Rozwiąż w liczbach pierwszych równanie

$$p^q + q^p = r$$

9. Uzasadnij, że jeśli w równaniu $ax^2 + bx + c = 0$ współczynniki a, b, c są całkowite nieparzyste, to równanie nie ma rozwiązań wymiernych.
10. Dla jakich naturalnych n istnieje dodatnie rozwiązanie układu?

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 9$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n} = 1$$

11. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania ($m, n \in \mathbb{N}$)

$$11m^2 + 1 = n^2$$

12. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania ($m, n \in \mathbb{N}$)

$$11m^2 + 2 = n^2$$

13. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania ($m, n \in \mathbb{N}$)

$$2m^2 + 7 = n^2$$

14. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania ($a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$a^4 + b^6 = c^{10}$$

15. Wyznaczyć wszystkie rozwiązania równania ($a, b, c, d \in \mathbb{N}$)

$$a^4 + b^5 + c^6 = d^4$$