

## II Uniwersytecki Obóz Olimpiady Matematycznej Bardo 13-17.11.2017

1. Na przyjęcie przyszła pewna liczba osób, przy czym każdy przywitał się z każdym. Ile było osób na przyjęciu, jeśli nastąpiło 15 powitań?

2. W turnieju karate rozegrano 36 walk. Każdy walczył z każdym dokładnie raz. Ilu zawodników brało udział w turnieju?

3. Wyznacz liczbę  $n$ , wiedząc że  $\binom{n}{3} - \binom{n}{2} = 14$ .

4. Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. Uzasadnij, że takich liczb jest 15 360.

5. Rozwiąż równanie  $n! \cdot \binom{2n}{n} = 30240$

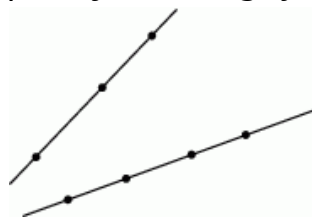
6. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej  $n$  większej od 1 prawdziwa jest nierówność

$$\binom{2n}{2} > 2 \cdot \binom{n}{1}.$$

7. Wyznacz wszystkie liczby naturalne  $n$  spełniające równanie

$$\binom{n+8}{n+3} = 6 \cdot \binom{n+6}{n+2}.$$

8. Na jednej prostej zaznaczono 3 punkty, a na drugiej 4 punkty.



Ile jest wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród zaznaczonych punktów?

9. Ile można utworzyć trójkątów równoramiennych, których wierzchołki są jednocześnie wierzchołkami ustalonego dziesięciokąta foremnego?

10. Na ile sposobów można umieścić 6 ponumerowanych kul w czterech szufladach tak, aby w jednej z szuflad były dokładnie 4 kule?

11. Ile jest permutacji zbioru  $\{a, A, b, B, c, C, d, D\}$  takich, w których mała litera stoi przed dużą (niekoniecznie obok) np.  $acdDbBAC$ ?

12. Z urny, w której jest 15 losów, w tym 5 wygrywających, wyciągamy 3 losy. Na ile sposobów można wylosować? a) same losy wygrywające? b) dokładnie 1 los wygrywający? c) co najmniej 2 losy wygrywające?