

---

## II Uniwersytecki Obóz Olimpiady Matematycznej

Bardo, 13-17 listopada 2017

### Liga zadaniowa

Dzień 4

---

1. Znajdź wszystkie liczby całkowite nieujemne  $n$ , dla których liczba  $2^{2^n} + 5$  jest pierwsza.
2. Dla jakiej wartości  $m$  wielomian  $x^3 + y^3 + z^3 + mxyz$  jest podzielny przez  $x + y + z$ ?
3. Wyznacz wszystkie funkcje  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takie, że

$$f(x + y) - f(x - y) = f(x) \cdot f(y) \quad \text{dla } x, y \in \mathbb{R}.$$

4. Wiadomo, że dla pewnego punktu  $K$ , leżącego na środkowej  $BM$  wewnątrz trójkąta  $ABC$ , kąty  $BAK$  oraz  $BCK$  są równe. Udowodnij, że trójkąt  $ABC$  jest równoramienny.