

Twierdzenia graniczne dla bm-niezależnych zmiennych losowych i zagadnienia pokrewne

Lahcen Oussi

(29 Kwietnia 2019 r)

Streszczenie

Rozprawa Doktorska jest poświęcona badaniu twierdzeń granicznych dla *bm-niezależnych* zmiennych losowych. Pojęcie *bm-niezależności*, wprowadzone przez Wysoczańskiego w 2010r, odnosi się do nieprzemiennych zmiennych losowych indeksowanych elementami zbioru częściowo uporządkowanego. Uogólnia ono dwa uniwersalne pojęcia niezależności w nieprzemiennej probabilistyce: *niezależność monotoniczną* którą otrzymuje się dla zbioru indeksów uporządkowanego liniowo i *niezależność booleowską*, którą dostaje się dla zbioru indeksów całkowicie nieuporządkowanego. W Rozprawie rozważane są zmienne losowe indeksowane elementami następujących trzech klas stożków dodatnich Π w przestrzeniach Euklidesowych \mathcal{X} : $\Pi = \mathbb{R}_+^d$ dla $\mathcal{X} = \mathbb{R}^d$, *stożek Lorentza* $\Pi = \Lambda_d^1$ w $(d + 1)$ - wymiarowej czasoprzestrzeni Minkowskiego $\mathcal{X} = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^d$ oraz stożek $\Pi = \text{Symm}_d^+(\mathbb{R})$ *rzeczywistych symetrycznych macierzy dodatnio określonych* w $\mathcal{X} = \mathbb{M}_d(\mathbb{R})$. W Rozprawie badamy następujące dwa zagadnienia:

1. *Analogie Prawa Małych Liczb dla bm-niezależnych zmiennych losowych (bm-LSN)*
2. *Rozkłady unormowanych sum operatorów typu Poissona na dyskretnej bm-przestrzeni Focka.*

Wyniki Rozprawy dostarczają opisu momentów miary granicznej w terminach *bm-uporządkowanych nieprzecinających partycji*.

Pierwsze zagadnienie Rozprawy, *bm-LSN*, jest twierdzeniem granicznym sformułowanym dla trójkątnych tablic zmiennych losowych, indeksowanych danym zbiorem $\mathbf{I} \subset \Pi$, które w każdym wierszu są *bm-niezależne* i spełniają pewne warunki unormowania. Dowodzimy, że w granicy, dla każdego z rozpatrywanych stożków dodatnich Π , otrzymuje się rekurencję dla ciągu momentów pewnej miary probabilistycznej. Ta rekurencja zależy od pewnej funkcji na partycjach bez przecięć oraz od t.zw. *charakterystyki objętościowej* danego stożka dodatniego.

Drugim zagadnieniem Rozprawy jest badanie rozkładów operatorów typu Poissona. Są to operatory zbudowane przy pomocy operatorów kreacji, anihilacji oraz położenia na dyskretnej *bm-przestrzeni Focka*. W tym przypadku także otrzymujemy opis momentów miary granicznej przy pomocy *bm-uporządkowanych partycji bez przecięć*, których bloki mogą mieć tylko 1 lub 2 elementy. Podobnie jak poprzednio otrzymujemy wzór rekurencyjny przy pomocy tej samej co poprzednio funkcji na takich partycjach, oraz drugiej liczącej ilość singletonów w danej partycji.