

## Zastosowanie wielowymiarowych funkcji kwantylowych do badania wielowymiarowych porządków stochastycznych

*Funkcja kwantylowa* stanowi jedną z najczęściej wykorzystywanych charakterystyk rozkładu prawdopodobieństwa na  $\mathbb{R}$ . W szczególności w opisie niektórych jednowymiarowych porządków stochastycznych – *zwykłego stochastycznego, hazardowego, odwrotnego hazardowego* czy *ilorazu wiarygodności* – można wykorzystać funkcję kwantylową jednego z porównywanych rozkładów, składając ją z dystrybuantą drugiego rozkładu<sup>1</sup>.

Ze względu na fakt, że dystrybuanta wielowymiarowego rozkładu prawdopodobieństwa nie może być bijekcją, nie istnieje jeden naturalny odpowiednik funkcji kwantylowej w tym przypadku. Znanych jest kilka konstrukcji kwantyli wielowymiarowych, a każda z nich stara się przenieść na przypadek wielowymiarowy inną własność funkcji kwantylowej, w zależności od tego, do czego wykorzystywany będzie dany obiekt. W niniejszej pracy omówiono w szczególnym przypadku jedną z koncepcji kwantyli wielowymiarowych pochodzącą od Einmahla i Masona<sup>2</sup>, a następnie użyto jej do opisu wielowymiarowych porządków stochastycznych: *dolnego i górnego ortantowego, zwykłego stochastycznego, słabego odwrotnego hazardowego, słabego hazardowego* oraz *ilorazu wiarygodności*.

Praca składa się z sześciu rozdziałów. W pierwszym uporządkowano znane wyniki dotyczące funkcji kwantylowej rozumianej jako uogólniona funkcja odwrotna do dystrybuanty jak i do funkcji przeżycia oraz przedstawiono charakteryzację wymienionych wcześniej jednowymiarowych porządków stochastycznych. Następnie zaprezentowano użyteczną do opisu wymienionych wielowymiarowych porządków stochastycznych wersję kwantyli Einmahla i Masona. Rozdział drugi zawiera rozważania o wybranych własnościach wprowadzonych wielowymiarowych funkcji kwantylowych. W rozdziale trzecim omówiono związki między funkcjami kwantylowymi a wielowymiarowymi porządkami stochastycznymi, na podobieństwo tych, które dla przypadku jednowymiarowego zostały zaprezentowane w rozdziale pierwszym. Rozdział czwarty zawiera implementację wspomnianych wyników do rozkładów zadanych przez archimedesowe funkcje łącznikowe. W rozdziale piątym rozszerzono na przypadek wielowymiarowy rozważane przez Lehmana i Rojo pojęcie uporządkowanie dwóch par rozkładów, z których jedna jest bardziej odległa od siebie niż druga, oraz metryki na przestrzeni rozkładów odzwierciedlające to uporządkowanie. W rozdziale szóstym znaleźć można konstrukcję empirycznych wielowymiarowych funkcji kwantylowych oraz twierdzenia dotyczące ich zbieżności do wcześniej rozważanych teoretycznych funkcji.

---

<sup>1</sup>E. L. Lehmann, J. Rojo (1992), Invariant directional orderings, *Annals of Statistics*, 20, str. 2100-2110

<sup>2</sup>J. H. J. Einmahl, D. M. Mason (1992), Generalized quantile process, *Annals of Statistics*, 20, str. 1062-1078