RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ "SILNE SYMPLEKTYCZNE FOLDY I ICH ZASTOSOWANIA W TOPOLOGII KONTAKTOWEJ" A. M. CHOROWSKIEJ

JAREK KĘDRA

Głównym tematem pracy są tak zwane silne symplektyczne składki (ang. strong symplectic folds) czyli rozkłady rozmaitości gładkich na symplektyczne kawałki rozsądnie łączone wzdłuż kontaktowych brzegów. Autorka używa następującej definicji:

Silna symplektyczna składka na zorientowanej rozmaitości M to czwórka $(M_0, M_1, \omega_0, \omega_1)$, gdzie:

- (M_0, ω_0) oraz (M_1, ω_1) są dokładnymi rozmaitościami symplektycznymi,
- obie rozmaitości są symplektycznymi wypełnieniami kontaktowej rozmaitości N,
- M jest suma M_0 oraz M_1 (z częścią wspólną równą N).

Autorka również uogólnia powyższą definicje dopuszczając większą ilość składników w rozkładzie.

Jedną z motywacji do studiowania symplektycznych składek jest możliwość konstruowania za ich pomocą rozmaitości kontaktowych w dowolnych wymiarach. Istnienie struktur kontaktowych w wysokich wymiarach było do niedawna (w czasie pracy autorki nad rozprawą) otwartym problemem.

Praca stanowi przegląd wyników dotyczących symplektycznych składek i zawiera zarówno rezultaty autorki jak i wyniki wcześniejsze. Jest dobrze napisana poprawnym angielskim. Oryginalny wkład autorki jest nierówny i zawiera rzeczy słabe i jakby niedokończone (np. rozdział4.6) oraz dwie ciekawe i ładnie udowodnione obserwacje. W lepszych częściach rozprawy podobają mi się elementarne geometryczne rozumowania poparte konkretnymi rachunkami. Niedostatek przykładów jest wadą pracy. Rozprawa jako całość, choć nie jest oszałamiająca, spełnia moim zdaniem wymogi o nadanie stopnia doktora. Poniżej omawiam bardziej szczegółowo oryginalne wyniki.

***

Jednym z głównych oryginalnych wyników pracy jest twierdzenie o chirurgii silnych symplektycznych składek (Twierdzenie 4.4.6). Jest to techniczny lemat, który pokazuje jak przedłużać strukturę silnej symplektycznej składki na chirurgicznie zoperowaną rozmaitość przy rozsadnych założeniach. Po dowodzie takiego lematu aż się prosi o serię interesujących zastosowań, których autorka niestety nie podaje. Jedyne jego zastosowanie pojawia sie w uogólnieniu na chirurgię rozmaitości z brzegiem, po której też nie ma przykładów.

Kolejną oryginalna obserwacją jest prosty dowód twierdzenia o istnieniu uogólnionej symplektycznej składki na czterowymiarowej zamkniętej zorientowanej rozmaitości (Twierdzenie 5.2.3). Istnienie silnej składki zostało wcześniej udowodnione przez Byakura. Wkład autorki stanowi prostszy niż Byakura dowów słabszego twierdzenia. Dowód jest staranny i wymaga umiejętnego stosowania technik niskowymiarowej topologii.

Jeśli rozmaitość M jest silną symplektyczną składką to jej iloczyn z okręgiem dopuszcza strukture kontaktową. W ostatniej części pracy autorka klasyfikuje tego typu struktury na produktach powierzchni z okęgiem. Pierwszą obserwacją jest fakt, klasa homotopii zorientowanych dystrybucji płaszczyzn (niezmienniczych na działanie okręgu) jest w tym przypadku klasyfikowana klasą homotopii odwzorowaniem do dwuwymiarowej sfery (autorka podaje ogólniejszy argument). Następnie jest pokazane za pomocą konkretnego i elementarnego rachunku, że każda klasa homotopii jest realizowana przez odpowiednią silna symplektyczna składkę. Jest to bardzo ładna część rozprawy (Rozdział6.2).

Na koniec autorka bada symplektyczną wypełnialność struktur kontaktowych otrzymanych z silnych symplektycznych składek. Dowodzi wypełnialnosci w przypadku silnej symplektycznej składki na podwojeniu dokładnej symplektycznej rozmaitosci (Rozdział6.3.2; ta część również zasługuje na pochwałę) oraz obserwuje, że na produktach powierzchni z okręgiem sa zarówno wypełnialne jak i niewypełnialne struktury kontaktowe pochodzące z silnych symplektycznych składek na powierzchniach. Dla uzasadnienia istnienia niewypełnialnych struktur autorka używa nietrywialnego wyniku Wendla.

***

Literówki i mniej istotne uwagi:

* Strona 7, linijka 15: powinno byc "dla pewnej dodatniej funkcji".

* Strona 14, linijka -8: powinno byc "ϕ".

* Lemat 3.3.4. Założenie jest o zaczepionych strukturach a dowód jest przeprowadzony przy założeniu symplektycznej konkordancji. Rozpoczyna się zdaniem, że to wystarczy, ale nie jest wyjaśnione dlaczego.

* Dowód Twierdzenia 4.1.4. Brakuje wyjaśnienia dlaczego stabilna struktura prawie zespolona na M indukuje prawie zespolone struktury na kawałkach (trzecie zdanie dowodu).

* Strona 41, koniec akapitu 4: brakuje numeru referowanej propozycji.

* Rozdział4.6. Wydaje się, że stanowi on nieudaną próbę uogolnienia Twierdzenia 4.5.1. Dyskusja nie doprowadza do żadnej rozsądnej konkluzji. Ta część pracy jest niejasno napisana i zbędna.

* Strona 61, linijka 7: powinno być "nonseparating" a nie "separating".

* Autorka tłumaczy "przeciwobraz" jako "counter image"; powinno być "preimage" lub "inverse image".

***

Konkluzja.

Praca spełnia zwyczajowe i formalne wymagania stawiane rozprawom doktorskim. Wnioskuję o dopuszczenie autorki do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Jarosław Kędra

UNIVERSITY OF ABERDEEN